

Определение «цены капитала» в модели одновременной максимизации добавленной стоимости при фиксированных затратах и национального дохода при фиксированных ценах на труд и капитал¹.

Автор: Григорий Сергеевич Пушной.

E-mail: gpushnoi@yahoo.com

АННОТАЦИЯ.

Рассмотрена модель, в которой национальный доход NI и добавленная стоимость Y моделируются функциями Кобба-Дугласа $NI = A_{NI}K^\beta L^{1-\beta}$ и $NY = A_YK^\beta L^{1-\beta}$ с разными значениями параметра A . Такое представление разных величин с помощью одной и той же функциональной зависимости допустимо, поскольку соотношение параметров $A_{NI} : A_Y$ почти стабильно на больших отрезках времени. Рассмотрено решение задачи двойной оптимизации: максимизации прибыли при фиксированных затратах, и максимизации национального дохода при фиксированных ценах на труд и капитал. Модель приводит к простой формуле для «цены капитала» (rental price of capital), которая хорошо согласуется с расчётом «цены капитала» в теории Christensen and Jorgenson (1969). Приведены результаты проверки модели по двум сериям данных: Solow (1957) и таблиц ВЕА. Предлагается объяснение факта высокой стабильности доли труда в национальном доходе.

Calculation of “rental price of capital” in the model of simultaneous maximization of: (1) profit subject to fixed costs and (2) national income subject to fixed wage rate and “price of capital”.

Author: Grigorii S. Pushnoi.

ABSTRACT.

Value added Y and national income NI are modeled by means of Cobb-Douglas functions $NI = A_{NI}K^\beta L^{1-\beta}$ and $NY = A_YK^\beta L^{1-\beta}$ ($A_{NI} : A_Y \approx Const$). Stability of ratio $A_{NI} : A_Y$ is confirmed by stylized facts. Problem of dual-maximization is considered: (1) profit maximization subject to fixed costs and (2) income maximization subject to fixed wage rate and rental price of capital. Model leads to simple formula for “rental price of capital” which is confirmed by computations of “rental price of capital” in the model Christensen and Jorgenson (1969). Explanation of stability of labor’s share in national income is proposed.

¹ **Примечание:** Текст подготовлен для междисциплинарного научного Форума «Социнтегрум». Автор выражает благодарность Валерию Васильевичу Калюжному и Владимиру Николаевичу Покровскому за ценные замечания, высказанные ими в ходе обсуждения чернового варианта данной статьи.

I. ВВЕДЕНИЕ.

Хорошо известен факт высокой стабильности доли оплаты труда в национальном доходе $q_{NI} \equiv \frac{Y_L}{NI}$ и, как следствие, эффективной «нормы прибавочной стоимости», определяемой как отношение доходов от собственности к доходам от труда в национальном доходе²:

$$e = \frac{NI - Y_L}{Y_L} \quad (1)$$

Мы используем ниже обозначения: Y_L - сумма оплаты труда, NI - национальный доход, $Y = NI + D$ - добавленная стоимость, D - сумма амортизации капитала.

Как показывает статистика, пропорции q_{NI} и e меняются незначительно на протяжении больших интервалов времени. Keynes (1939) считал стабильность пропорции деления национального дохода на две составляющие – доходы от труда и доходы от собственности – надёжно установленным, но удивительным (не имеющим объяснения) фактом:

"The stability of the proportion of the national dividend accruing to labor one of the most surprising, yet best established, facts in the whole range of economic statistics, both for Great Britain and for the United States" (Keynes (1939) pp. 48-49).

Испанские экономисты Escosura and Rosés (2003) приводят сводку исторических данных о значениях этой пропорции в разных странах в разные эпохи – Таблица 2 статьи. Они пишут:

"The share of labor remains quite stable across countries, ranging, according to Gollin (2001), from two-thirds to four-fifths of national income..." [Escosura and Rosés (2003) p.5]

Из Таблицы 2 авторов этой статьи видно, что за период 1856-1992 гг. по шести странам (Великобритания, Германия, Япония, Франция, США, Нидерланды) средние значения доли труда в национальном доходе, рассчитанные по данным Таблицы 2 (исключая 1973/82) почти одинаковы для всех стран кроме Германии и составляют примерно 68%. Отклонения от среднего по каждой стране не превышают 15% (для Германии 18%) за весь период.

В рамках трудовой теории стоимости (ТТС) параметр e можно интерпретировать как «эффективную» по всей экономике норму прибавочной стоимости. По Марксу стоимость рабочей силы определяется МИНИМАЛЬНЫМ набором товаров и услуг, необходимых для формирования и поддержания способности выполнять труд определённой квалификации. При этом остаётся неясным - как определить этот минимум для каждого общества и в разные эпохи. Ясно, что минимальный набор необходимых товаров и услуг в первой половине XIX века был существенно меньше, чем сейчас - в начале XXI века. Квалифицированный рабочий в современных развитых странах считает "необходимым" значительно больший набор товаров и услуг, чем рабочий позапрошлого века. Термин "необходимый набор" не имеет чёткого определения. Кроме того, даже если бы мы умели определять «необходимый набор», для определения параметра e необходимо ещё знать пропорцию распределения совокупной рабочей силы общества между секторами производительного и непроизводительного труда. Сложность установления такой пропорции состоит в том, что не всегда

² Стоимость создаётся лишь отраслями производительного труда. Поэтому стабильность пропорции (1) вовсе не означает постоянства нормы прибавочной стоимости в отраслях производительного труда. С ростом производительности труда растёт удельный вес сектора непроизводительного труда: торговли, сферы услуг и т.п., но при этом растёт так, что пропорция (1) остаётся почти фиксированной величиной.

понятно, к какому сектору следует отнести тот или иной труд. Возможно даже, что отдельные виды работ могут быть включены в оба сектора и выбор зависит от конкретных обстоятельств³.

Можно было бы попытаться использовать для расчёта параметра e конкуренцию и рассмотреть две «силы» - одна из которых стремится повысить e (капиталисты), вторая - понизить e (рабочие). Но мы знаем, что СИЛА, направленная на уменьшение e , зависит от таких факторов, как действия профсоюзов, сплочённость рабочих, иммиграционная политика (приток дешёвой рабочей силы извне), влияние правительства и чиновничества (налоги, трудовое законодательство...) и т.д. То есть, имеем опять множество факторов, которые плохо поддаются количественному учёту.

Получается, что **в рамках трудовой теории стоимости определить ТЕОРЕТИЧЕСКИ «эффективную» норму прибавочной стоимости e весьма затруднительно.**

Хотя конкурентные факторы (профсоюзы, иммиграция, роль правительства) могут быть очень разными в разных странах, параметры e при этом, как показывают цитированные выше статистические данные Escosura and Rosés (2003), отличаются незначительно и мало меняются со временем. Это обстоятельство требует специального разъяснения.

Можно предположить, что параметр e определяется НЕ конкуренцией разных общественных сил, а каким-то более фундаментальным законом. Равенство сил конкуренции достигается при вполне определённом значении e , которое нельзя вычислить, исходя лишь из рассмотрения этого равенства сил конкуренции.

Мы имеем здесь аналогию с действием закона спроса и предложения. Известно, что равновесная цена достигается, когда спрос равен предложению, но само значение равновесной цены нельзя вычислить, рассматривая лишь соотношение спроса и предложения. В трудовой теории стоимости равновесные цены определяются овеществлённым трудом (в докапиталистической экономике) или находятся как цены производства (в классической капиталистической системе). То есть, чтобы объяснить УРОВЕНЬ равновесной цены, определить её численное значение, мы используем некоторые дополнительные факторы, не лежащие в сфере обращения или обмена. В ТТС - таким объясняющим фактором является "труд".

В случае определения равновесной цены мы говорим, что при равновесных ценах спрос и предложение равны, однако саму РАВНОВЕСНУЮ ЦЕНУ мы можем определить, не привлекая информацию о спросе и предложении. Если рыночная цена отклоняется от этого равновесного уровня - предложение и спрос перестают соответствовать друг другу, и цена приходит в движение, возвращаясь к своему равновесному значению. Механизм «спрос-предложение» работает как отрицательная обратная связь, стабилизируя равновесную цену. Но само определение равновесной цены нельзя получить, рассматривая действие этой стабилизирующей обратной связи. Равновесие определяется другими фундаментальными законами. В ТТС равновесие достигается при ценах равных трудовым стоимостям товаров или при ценах производства.

Можно предположить, что аналогичная ситуация имеет место и с определением «эффективной нормы прибавочной стоимости» e . Её значение нельзя получить, рассматривая борьбу капиталистов и рабочих за распределение национального дохода. Значение e нельзя также рассчитать, используя термин «стоимость рабочей силы». Существует некоторое РАВНОВЕСНОЕ значение параметра e , при котором этот параметр стабилен, но рассчитать это значение, оставаясь в

³ Например, в криминальном государстве, где рейдерство стало нормой ведения бизнеса, расходы по содержанию юриста и адвоката, которые защищают предприятие в судах, становятся так же «общественно-необходимыми», как и расходы на приобретение сырья или оплату рабочих, стоящих у станка. В других же случаях – таких, как деление собственности и доходов между компаньонами совместного бизнеса (см., например, недавние процессы в Лондонском суде между известными российскими олигархами) - труд адвоката и юриста следует отнести, очевидно, к непроизводительным видам труда.

рамках классической ТТС невозможно. В то же время стабильность этого параметра указывает на то, что мы здесь имеем дело с некоторым РАВНОВЕСНЫМ значением, которое поддаётся вычислению, если верно сформулировать задачу для его нахождения.

Роль отрицательной стабилизирующей обратной связи в данном случае выполняет механизм противостояния рабочих и капиталистов. При равновесном значении e сила, направленная на повышение e (капиталисты), уравновешивается силой, направленной на понижение e (рабочие). Если параметр e отклоняется от своего равновесного уровня, включается стабилизирующая обратная связь, восстанавливающая нарушенное равновесие.

В обоих случаях (определение равновесной цены и параметра e) равновесные значения можно определить из условий равновесия системы, а при отклонениях от равновесия включается стабилизирующий механизм («спрос-предложение» или противостояние рабочих и капиталистов). Рассмотрим, как можно определить равновесное значение параметра e .

Чтобы решить эту задачу, рассмотрим экономику как сложную адаптивную систему, агенты которой стремятся максимизировать свой «выигрыш». Предприниматели стремятся максимизировать свой предпринимательский доход. В каждый момент времени (в коротком периоде) они принимают решения, исходя из сложившихся на рынке цен на ресурсы – труд и капитал. Их задача – **максимизировать свой предпринимательский доход при заданных затратах** на приобретение необходимых для производства ресурсов. С другой стороны, всё **общество в целом стремится максимизировать величину национального дохода при заданных ценах на ресурсы**: труд и капитал. Ниже мы рассмотрим математическую формулировку этих двух задач и покажем, что решение их приводит к теории, которая хорошо согласуется со статистическими данными для экономики США за 1909 – 1967 годы.

II. ПЕРВАЯ ЗАДАЧА МАКСИМИЗАЦИИ.

Добавленная стоимость Y в замкнутой экономике равна валовому внутреннему продукту GDP , который (при методе расчёта «по доходам») равен национальному доходу NI плюс амортизация капитального оборудования D :

$$Y = GDP = NI + D \quad (2)$$

В национальных счетах выделяют пять основных рубрик национального дохода: зарплата (employee compensation), предпринимательский доход (entrepreneurial income) Π , рента (rent), процент (interest) и корпоративная прибыль (corporate profit) – последняя включает дивиденды акционерам и нераспределённую прибыль, которая предназначена для расширения предприятия.

Выразим «предпринимательский доход», «корпоративную прибыль», «процент» и «ренту» как доли в национальном доходе:

$$\Pi \equiv NI_{\Pi} = s_{\Pi} \cdot NI \text{ - «предпринимательский доход» в национальном доходе,} \quad (3)$$

$$NI_A \equiv s_A \cdot NI = i_A \cdot K_A \text{ - «корпоративная прибыль» в национальном доходе,} \quad (4)$$

$$NI_P \equiv s_P \cdot NI = i_B \cdot K_B \text{ - «процент» в национальном доходе,} \quad (5)$$

$$NI_R \equiv s_R \cdot NI = i_R \cdot K_R \text{ - «рента» в национальном доходе.} \quad (6)$$

В результате для национального дохода получаем следующее выражение:

$$NI = \underbrace{Y_L (= w \cdot L)}_{\text{оплата труда}} + \underbrace{\Pi (= p \cdot K_E)}_{\text{предпринимательский доход}} + \underbrace{NI_A}_{\text{прибыль корпораций}} + \underbrace{NI_P}_{\text{процент}} + \underbrace{NI_R}_{\text{рента}} \quad (7)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

w - ставка оплаты труда,

L - затраты труда (например, в человеко-часах),

K_E - применяемый промышленный капитал,

p - «норма прибыли» предпринимателей,

K_B - капитал, ссуженный банками промышленным капиталистам,

i_B - ставка процента на ссуженный капитал,

K_R - капитальная оценка собственности, сданной в аренду,

i_R - средняя ставка арендной платы за сданное в аренду имущество (земля, рудники и т.п.).

i_A - ставка процента на капитал, представленный акциями предприятия.

K_A - капитал, представленный акциями предприятия.

Для расчёта амортизации, используем следующие реалистичные упрощения. Амортизация (оборудования и промышленных построек) складывается из физического износа и морального устаревания основного капитала. Первый фактор действует (в основном) только по отношению к применяемому капиталу K_E . Пусть Λ_E - норма амортизации для применяемого капитала. «Моральное устаревание» действует на весь основной капитал. Пусть Λ_0 - норма амортизации капитала за счёт устаревания.

Амортизация на основной капитал K при таком подсчёте равна:

$$D = \Lambda_E \cdot K_E + \Lambda_0 \cdot (K - K_E) = \Lambda_E \cdot \left(1 + \frac{\Lambda_0}{\Lambda_E} \left(\frac{K}{K_E} - 1 \right) \right) K_E = \Lambda \cdot K_E; \quad \Lambda_0 \ll \Lambda_E \quad (8)$$

Итак, имеем:

$$\Lambda \equiv \Lambda_E \cdot \left(1 + \frac{\Lambda_0}{\Lambda_E} \left(\frac{K}{K_E} - 1 \right) \right) \approx \Lambda_E \quad (9)$$

Подставим (4) - (8) в (3), получаем:

$$Y = \underbrace{(\Pi + NI_A + NI_P + NI_R)}_{\text{ПРИБЫЛЬ}} + \underbrace{wL}_{\text{ЗАРПЛАТА}} + \underbrace{\Lambda K_E}_{\text{АМОТИЗАЦИЯ}} \quad (10)$$

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ДОХОД

В капиталистической экономике главным движущим стимулом принятия решений является принцип максимизации прибыли. Но совокупная прибыль состоит из четырёх частей: предпринимательский доход промышленных капиталистов; прибыль корпораций (дивиденды и нераспределённая прибыль); процент, который получают банкиры; и рента, которую получают собственники недвижимости. Мы имеем четыре основных категории игроков на капиталистическом рынке: промышленники, акционеры, банкиры и собственники. Каждая группа этих капиталистов (в широком смысле) стремится максимизировать свою долю от общей прибыли. Однако интересы разных групп капиталистов часто не совпадают и могут противоречить друг другу. Например, промышленный капиталист заинтересован в минимизации расходов на оплату процента и ренты. Собственники и банкиры стремятся наоборот максимизировать эти выплаты. Если, например, образуется тесная смычка между промышленным и банковским капиталом, при которой банки фактически участвуют в управлении предприятием, общий интерес промышленников и банкиров будет направлен на максимизацию суммы предпринимательского дохода и процента. Таким образом,

возможны разные расстановки сил игроков на капиталистическом рынке, при которых их действия будут направлены на максимизацию той или иной части совокупной прибыли. Каждой расстановке сил соответствует свой критерий максимизации. Выбор критерия максимизации зависит от конкретной исторической обстановки и может меняться с зависимости от сложившейся ситуации распределения влияния разных групп капиталистов внутри экономической системы.

Введём новый термин – «регулирующая прибыль» $\hat{\Pi}$, в который включена прибыль, которую класс капиталистов стремится сделать максимальной при данной расстановке сил влияния разных групп капиталистов внутри экономической системы. Добавленную стоимость представим в виде суммы «регулирующей прибыли» $\hat{\Pi}$ и «затрат» (costs) C , которые несёт группа капиталистов, заинтересованных в максимизации «регулирующей прибыли». Амортизация D должна быть включена в «затраты». Все остальные составляющие добавленной стоимости в принципе могут частично входить в «регулирующую прибыль». Например, чтобы заинтересовать работников в конечном результате, в ряде фирм применяется система участия в прибыли, когда часть зарплаты работников напрямую зависит от прибыли предприятия. Если банкиры и собственники не просто получают свои процент и ренту, но имеют возможность влиять на принятие решений фирмы, часть их дохода также должна быть включена в «регулирующую прибыль». Наконец, если акционеры не просто получают свои дивиденды, но оказывают влияние на политику фирмы, рассчитывая на увеличение своих выплат, часть корпоративной прибыли также должна быть включена в «регулирующую прибыль».

В дальнейшем мы рассмотрим применение модели к экономике США 1909 – 1967 гг. Данный период диктует свои ограничения на возможность участия разных общественных групп в «регулирующей прибыли». Мы будем исходить из следующих реалистичных предположений. Во-первых, исключим зарплату рабочих из «регулирующей прибыли» предприятий, записав её целиком в «затраты»⁴. Во-вторых, процент и ренту в этом периоде также можно в основном отнести к «затратам», поскольку в большинстве случаев банкиры и собственники были отделены от непосредственного участия в деятельности предприятия. Банкиры лишь предоставляли денежные средства предприятию, а собственники – землю и площади, которыми предприятие пользовалось. Что касается акционеров (прибыль корпораций), то их влияние на принятие решений в тот период также было незначительно. Лишь небольшая доля «прибыли корпораций» могла входить в «регулирующую прибыль», тогда как основная часть входила в «затраты». Наконец, в «регулирующую прибыль» должна была входить вся или большая часть «предпринимательского дохода», поскольку именно предприниматели принимали большую часть решений, делая свой выбор, исходя из критерия максимизации «предпринимательского дохода» за вычетом налогов и иных возможных взносов. Доля «предпринимательского дохода» в «регулирующей прибыли» зависела от конкретной исторической обстановки: системы налогообложения и форс-мажорных обстоятельств: войн, стихийных бедствий и т.п. В «трудные времена» (депрессия и войны) эта доля падает и соответственно доля «предпринимательского дохода» в затратах растёт.

Исходя из этих допущений, напишем схему разбиения добавленной стоимости на «регулирующую прибыль» и «затраты»:

Формула (2) принимает следующий вид:

⁴ «Система участия в прибылях» для периода 1909-1967 гг. сводилась в основном к дополнительным разовым доплатам (премиям) из прибыли для узкой прослойки администрации – доля таких выплат в общем фонде оплаты труда была незначительна. Лишь во время второй мировой войны значение этого фактора несколько возрастает.

$$Y = \underbrace{\underbrace{(1-\gamma)NI_{\Pi}}_{\text{ЧАСТЬ ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСКОГО ДОХОДА}} + \underbrace{(1-\alpha)NI_A}_{\text{ЧАСТЬ ПРИБЫЛИ КОРПОРАЦИЙ}}}_{\text{РЕГУЛИРУЮЩАЯ ПРИБЫЛЬ \hat{\Pi}}} + \underbrace{\underbrace{\gamma NI_{\Pi}}_{\text{ЧАСТЬ ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСКОГО ДОХОДА}} + \underbrace{\alpha NI_A}_{\text{ЧАСТЬ ПРИБЫЛИ КОРПОРАЦИЙ}} + \underbrace{NI_P}_{\text{ПРОЦЕНТ}} + \underbrace{NI_R}_{\text{РЕНТА}} + \underbrace{D}_{\text{АМОРТИЗАЦИЯ}} + \underbrace{wL}_{\text{ЗАРПЛАТА}}}_{\text{ЗАТРАТЫ C}} \quad (11)$$

Сделаем некоторые преобразования для величины «затрат» в формуле (11):

$$C \equiv wL + rK_E = \underbrace{wL}_{\text{ЗАРПЛАТА}} + \left(\underbrace{\gamma NI_{\Pi}}_{\text{ЧАСТЬ ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСКОГО ДОХОДА}} + \underbrace{\alpha NI_A}_{\text{ЧАСТЬ ПРИБЫЛИ КОРПОРАЦИЙ}} + \underbrace{NI_P}_{\text{ПРОЦЕНТ}} + \underbrace{NI_R}_{\text{РЕНТА}} + \underbrace{D}_{\text{АМОРТИЗАЦИЯ}} \right) \quad (12)$$

Сравнивая левую и правую часть в формуле (12) и учитывая (2) – (8), для параметра r получаем следующее выражение:

$$r = P_K \cdot g + \Lambda \cdot (1 - g) = \Lambda + g \cdot (P_K - \Lambda) \quad (13)$$

$$g = \gamma s_{\Pi} + \alpha s_A + s_P + s_R \quad (14)$$

$$P_K = \frac{Y}{K_E} - \text{производительность применяемого капитала.} \quad (15)$$

«Регулирующую прибыль» можно записать в следующем виде:

$$\hat{\Pi} = \gamma \cdot \Pi + (1 - \alpha) NI_A = \gamma \cdot \Pi + (1 - \alpha) s_A (Y - \Lambda K_E) \quad (16)$$

Ставим задачу максимизации «регулирующей прибыли» при заданном значении «затрат»:

$$\hat{\Pi} \rightarrow \max \text{ при условии, что } C = wL + rK_E = \text{Const} \quad (17)$$

Добавленная стоимость состоит из «затрат» и «регулирующей прибыли»:

$$Y = \hat{\Pi} + C = \hat{\Pi} + (wL + rK_E) \quad (18)$$

Выражение для параметра r можно записать в виде:

$$r = i + \Lambda \quad (19)$$

$$i = i_B \cdot \frac{K_B}{K_E} + i_R \cdot \frac{K_R}{K_E} + \alpha i_A \cdot \frac{K_A}{K_E} + \gamma \cdot \frac{\Pi}{K_E} \quad (20)$$

Формула (19) определяет «цену капитала» (её называют: ‘rental price of capital’, ‘rate of implicit cost of capital’; ‘implicit rental rate of physical capital’)⁵:

$$r = i + \Lambda \quad (21)$$

Рассмотрим аппроксимацию добавленной стоимости функцией Кобба-Дугласа:

$$Y = A(t) \cdot K_E^{\beta} L^{1-\beta} \quad (22)$$

Капиталистическая экономика работает как сложная адаптивная система (САС), стремящаяся максимизировать «регулирующую прибыль» при заданных затратах. Это приводит к задаче (17) на условный экстремум.

⁵ Смотри, например: http://www.compilerpress.ca/ElementalEconomics/mic_3_2.htm

Составляем функцию Лагранжа Υ :

$$\Upsilon(L; K_E; \lambda) \equiv \hat{\Pi} + \lambda(C - wL - rK_E) = AK_E^\beta L^{1-\beta} + C(\lambda - 1) - \lambda(wL + rK_E) \quad (23)$$

Условный экстремум находим, приравнявая нулю частные производные от функции Лагранжа:

$$\Upsilon'_\lambda = C - (wL + rK_E) = 0 \quad (24)$$

$$\Upsilon'_{K_E} = \beta P_K - \lambda r = 0 \quad (25)$$

$$\Upsilon'_L = (1 - \beta)P_L - \lambda w = 0 \quad (26)$$

Здесь введены обозначения:

$$P_K = \frac{Y}{K_E} - \text{«производительность капитала»}, \quad (15)$$

$$P_L = \frac{Y}{L} - \text{«производительность труда»}. \quad (27)$$

Формула (24) выражает условие, при котором ищется экстремум. Фактор $A(t)$ меняется со временем, вследствие изменений в технологиях производства и качестве человеческого капитала. Однако эти изменения гораздо более медленные, чем ВОЗМОЖНЫЕ изменения объёмов применяемого труда и капитала. Капиталисты «регулирующей группы» стремятся максимизировать свою прибыль при тех технологиях производств и том человеческом капитале, который имеется в данный момент. Сокращение и расширение объёмов производства позволяет им решать эту задачу. Можно сказать, что поставленная задача на условный экстремум воспроизводит в математическом виде тенденцию максимизации «регулирующей прибыли» при заданных технологиях производства и имеющемся в наличии человеческом капитале. Максимизация прибыли происходит в «коротком периоде», а фактор $A(t)$ существенно меняется лишь в длинном периоде. Свернуть или расширить производство капиталисты могут в течение недели и даже одного дня, тогда как для инсталляции новых технологий и переквалификации рабочей силы требуются годы. Поэтому при решении задачи максимизации «регулирующей прибыли» мы можем считать фактор $A(t)$ фиксированным в коротком периоде, хотя значения этого фиксированного фактора в разные удалённые друг от друга короткие периоды будут отличаться. Экономически бессмысленно составлять частную производную по фактору $A(t)$, так как изменение этого фактора происходит лишь за счёт внедрения новых технологий и переобучения рабочих, что не может быть выполнено за короткое время, тогда как процесс расширения или сокращения объёмов производства может быть осуществлён быстро. Учитывать фактор $A(t)$ имело бы смысл только в том случае, если бы процессы модернизации производств и переобучения работников могли происходить так же быстро, как процессы расширения и сокращения объёмов производств. Очевидно, что это не так. Поэтому рассмотренная выше задача описывает процесс максимизации «регулирующей прибыли» капиталистов в коротком периоде за счёт расширения или сокращения объёмов производств при заданных технологиях производств и заданном качестве человеческого капитала.

Можно было бы эти дополнительные ограничения задать математически, введя зависимость фактора A от человеческого капитала H и уровня технологий T :

$$A = A(H; T) \quad (28)$$

Тогда функция Лагранжа примет следующий вид:

$$Y(L; K_E; H; T; \lambda_C; \lambda_H; \lambda_T) \equiv \hat{\Pi} + \lambda_C (C - wL - rK_E) + \lambda_A (A - A(H; T)) \quad (29)$$

$$Y = A(H; T) \cdot K_E^\beta L^{1-\beta} + C(\lambda_C - 1) - \lambda_C (wL + rK_E) + \lambda_A (A - A(H; T)) \quad (30)$$

Решая задачу на условный экстремум для функции Лагранжа (30), мы получим кроме соотношений (24) – (26), ещё следующие соотношения:

$$A(H; T) = A \quad (31)$$

$$\lambda_A = \frac{Y}{A} \quad (32)$$

Условие (31) фиксирует значение A (уровня технологий и человеческого капитала) в коротком периоде. Условие (32) определяет множитель Лагранжа λ_A . Подставив (31) и (32) в (30), мы придём к функции Лагранжа (23) с фиксированным значением параметра A . Поэтому задаче на условный экстремум при фиксированных технологиях и человеческом капитале (а именно так следует ставить задачу максимизации прибыли в коротком периоде) соответствует функция Лагранжа (23) с фиксированным значением параметра A . Рассмотрим подробнее решение этой задачи.

Формулы (25) и (26) совместны, если выполняется соотношение:

$$\frac{w}{r} = \left(\frac{1-\beta}{\beta} \right) \cdot k \quad (33)$$

$$k \equiv \frac{K_E}{L} - \text{фондовооружённость (capital intensity)}. \quad (34)$$

Введём параметр m - долю оплаты труда в добавленной стоимости. Имеем тождество:

$$Y = (1+m)Y_L = (1+m)wL \quad (35)$$

Формулу (22) перепишем иначе:

$$Y \equiv A(t) \cdot K_E^\beta L^{1-\beta} = A(t) \cdot L \cdot k^\beta \quad (36)$$

Учитывая это, для «производительности капитала» получаем следующее выражение:

$$P_K \equiv \frac{Y}{K_E} = \frac{A(t)}{k^{1-\beta}} \quad (37)$$

Составим пропорцию:

$$q_{VA} \equiv \frac{Y_L}{Y} \equiv \frac{wL}{A(t)L \cdot k^\beta} = \frac{w}{A(t) \cdot k^\beta} \quad (38)$$

Выразим w из формулы (33) и учтём соотношение (37). В итоге формулу (38) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{Y_L}{Y} = \frac{w}{A(t) \cdot k^\beta} = \left(\frac{1-\beta}{\beta} \right) \cdot \frac{r}{P_K} \quad (39)$$

Учитывая (35), находим параметр m :

$$m \equiv \frac{Y - Y_L}{Y_L} = \left(\frac{\beta}{1-\beta} \right) \cdot \frac{P_K}{r} - 1 \quad (40)$$

Формула (40) показывает, что параметр m зависит от трёх экономических параметров, которые мало меняются в течение времени:

- 1) параметр β - параметр производственной функции, благодаря постоянству которого мы имеем возможность применять аппарат производственных функций,
- 2) параметр r - «цена капитала», вычисление которой будет дано в следующей главе (мы докажем, что этот параметр также высоко стабилен с течением времени),
- 3) «производительность капитала», как показывает статистика, мало меняется с течением времени. Причина стабильности этого параметра связана с фундаментальными законами развития экономики как сложной адаптивной системы (САС). Pushnoi (2010) доказывает (используя несколько серий статистических данных), что экономическая САС при нормальном течении дел большую часть своего времени находится вблизи точки глобального неустойчивого равновесия с фиксированным значением «производительности капитала».

Таким образом, значение параметра m (доли труда в добавленной стоимости) может быть найдено, исходя из принципа максимизации «регулирующей прибыли» капиталистов. При этом неопределённым остаётся значение «цены капитала». Значение этого параметра определяется из решения ВТОРОЙ задачи – максимизации национального дохода при заданных ценах на труд и капитал. Эту вторую задачу мы рассмотрим в следующей главе.

Для «эффективной» нормы прибавочной стоимости имеем следующее выражение:

$$e \equiv \frac{NI - Y_L}{Y_L} = \frac{Y - D}{wL} - 1 = m - \frac{D}{wL} \quad (41)$$

Формулы (8), (33) и (34) приводят к соотношению:

$$e = m - \frac{D}{wL} = m - \Lambda \cdot \frac{k}{w} = m - \left(\frac{\beta}{1-\beta} \right) \cdot \frac{\Lambda}{r} \quad (42)$$

Таким образом, «эффективная» норма прибавочной стоимости сдвинута вниз относительно параметра m . Подставив (40), окончательно получаем:

$$e = \left(\frac{\beta}{1-\beta} \right) \cdot \frac{P_K - \Lambda}{r} - 1 \quad (43)$$

Значения параметров q_{VA} , m и e при разных значениях β и P_K приведены в Таблице 2.

Таблица 1. Значения $q_{VA} \equiv \frac{wL}{Y}$, m и e при разных значениях параметров β и $\frac{Y}{K_E}$.

β	0,28			β	0,28			β	0,28		
P_k	0,3				0,4			P_k	0,5		
Λ	0,06				0,06			Λ	0,06		
r	q_{VA}	m	e	q_{VA}	m	e		r	q_{VA}	m	e
0,06	0,514	0,944	0,556	0,06	0,386	1,593	1,204	0,06	0,309	2,241	1,852
0,065	0,557	0,795	0,436	0,065	0,418	1,393	1,034	0,065	0,334	1,991	1,632
0,07	0,600	0,667	0,333	0,07	0,450	1,222	0,889	0,07	0,360	1,778	1,444
0,075	0,643	0,556	0,244	0,075	0,482	1,074	0,763	0,075	0,386	1,593	1,281
0,08	0,686	0,458	0,167	0,08	0,514	0,944	0,653	0,08	0,411	1,431	1,139
0,085	0,729	0,373	0,098	0,085	0,546	0,830	0,556	0,085	0,437	1,288	1,013
0,09	0,771	0,296	0,037	0,09	0,579	0,728	0,469	0,09	0,463	1,160	0,901
0,095	0,814	0,228	-0,018	0,095	0,611	0,637	0,392	0,095	0,489	1,047	0,801
0,1	0,857	0,167	-0,067	0,1	0,643	0,556	0,322	0,1	0,514	0,944	0,711
0,105	0,900	0,111	-0,111	0,105	0,675	0,481	0,259	0,105	0,540	0,852	0,630
0,11	0,943	0,061	-0,152	0,11	0,707	0,414	0,202	0,11	0,566	0,768	0,556
0,115	0,986	0,014	-0,188	0,115	0,739	0,353	0,150	0,115	0,591	0,691	0,488
0,12	1,029	-0,028	-0,222	0,12	0,771	0,296	0,102	0,12	0,617	0,620	0,426
β	0,3			β	0,3			β	0,3		
P_k	0,3			P_k	0,4			P_k	0,5		
Λ	0,06			Λ	0,06			Λ	0,06		
r	q_{VA}	m	e	r	q_{VA}	m	e	r	q_{VA}	m	e
0,06	0,467	1,143	0,714	0,06	0,350	1,857	1,429	0,06	0,280	2,571	2,143
0,065	0,506	0,978	0,582	0,065	0,379	1,637	1,242	0,065	0,303	2,297	1,901
0,07	0,544	0,837	0,469	0,07	0,408	1,449	1,082	0,07	0,327	2,061	1,694
0,075	0,583	0,714	0,371	0,075	0,438	1,286	0,943	0,075	0,350	1,857	1,514
0,08	0,622	0,607	0,286	0,08	0,467	1,143	0,821	0,08	0,373	1,679	1,357
0,085	0,661	0,513	0,210	0,085	0,496	1,017	0,714	0,085	0,397	1,521	1,218
0,09	0,700	0,429	0,143	0,09	0,525	0,905	0,619	0,09	0,420	1,381	1,095
0,095	0,739	0,353	0,083	0,095	0,554	0,805	0,534	0,095	0,443	1,256	0,985
0,1	0,778	0,286	0,029	0,1	0,583	0,714	0,457	0,1	0,467	1,143	0,886
0,105	0,817	0,224	-0,020	0,105	0,613	0,633	0,388	0,105	0,490	1,041	0,796
0,11	0,856	0,169	-0,065	0,11	0,642	0,558	0,325	0,11	0,513	0,948	0,714
0,115	0,894	0,118	-0,106	0,115	0,671	0,491	0,267	0,115	0,537	0,863	0,640
0,12	0,933	0,071	-0,143	0,12	0,700	0,429	0,214	0,12	0,560	0,786	0,571
β	0,32			β	0,32			β	0,32		
P_k	0,3			P_k	0,4			P_k	0,5		
Λ	0,06			Λ	0,06			Λ	0,06		
r	q_{VA}	m	e	r	q_{VA}	m	e	r	q_{VA}	m	e
0,06	0,425	1,353	0,882	0,06	0,319	2,137	1,667	0,06	0,255	2,922	2,451
0,065	0,460	1,172	0,738	0,065	0,345	1,896	1,462	0,065	0,276	2,620	2,186
0,07	0,496	1,017	0,613	0,07	0,372	1,689	1,286	0,07	0,298	2,361	1,958
0,075	0,531	0,882	0,506	0,075	0,398	1,510	1,133	0,075	0,319	2,137	1,761
0,08	0,567	0,765	0,412	0,08	0,425	1,353	1,000	0,08	0,340	1,941	1,588
0,085	0,602	0,661	0,329	0,085	0,452	1,215	0,882	0,085	0,361	1,768	1,436
0,09	0,638	0,569	0,255	0,09	0,478	1,092	0,778	0,09	0,383	1,614	1,301
0,095	0,673	0,486	0,189	0,095	0,505	0,981	0,684	0,095	0,404	1,477	1,180
0,1	0,708	0,412	0,129	0,1	0,531	0,882	0,600	0,1	0,425	1,353	1,071
0,105	0,744	0,345	0,076	0,105	0,558	0,793	0,524	0,105	0,446	1,241	0,972
0,11	0,779	0,283	0,027	0,11	0,584	0,711	0,455	0,11	0,468	1,139	0,882
0,115	0,815	0,228	-0,018	0,115	0,611	0,637	0,391	0,115	0,489	1,046	0,801
0,12	0,850	0,176	-0,059	0,12	0,638	0,569	0,333	0,12	0,510	0,961	0,725

Ниже приведены Графики, показывающие соответствующие зависимости.

График 1. Зависимость $q_{VA} = \frac{wL}{Y}$ от параметра r при $\beta = 0.28$

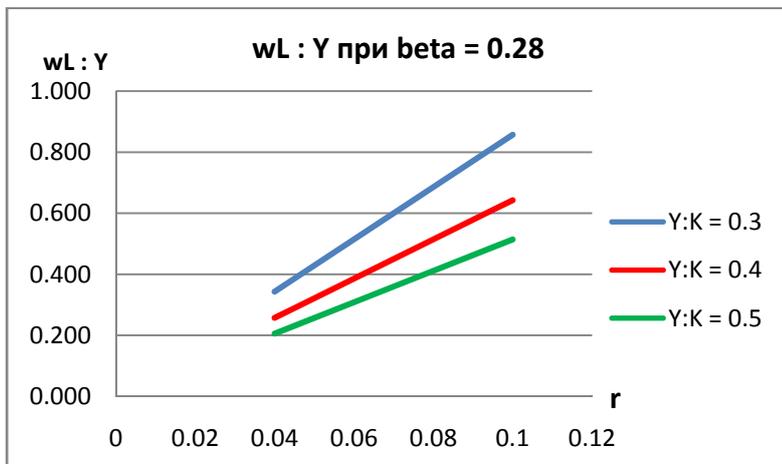


График 2. Зависимость $q_{VA} = \frac{wL}{Y}$ от параметра r при $\beta = 0.30$

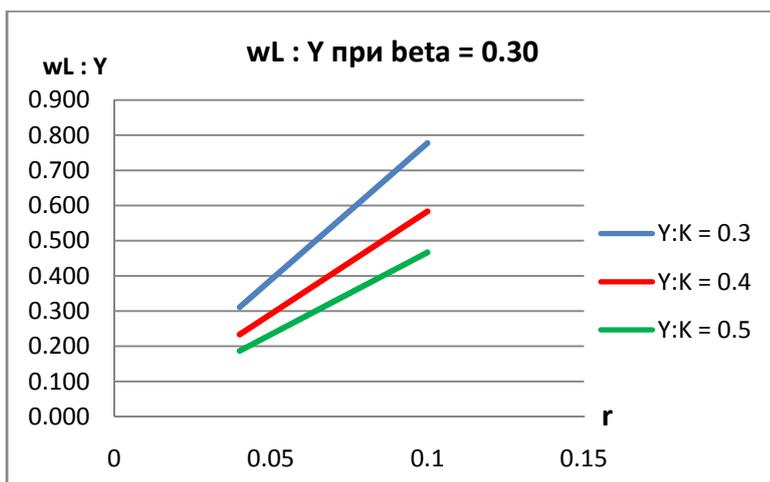


График 3. Зависимость $q_{VA} = \frac{wL}{Y}$ от параметра r при $\beta = 0.32$

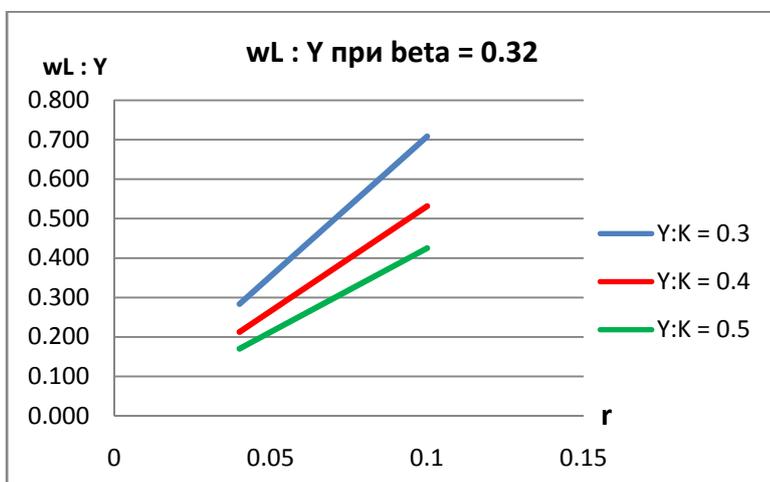


График 4. Зависимость m от параметра r при $\beta = 0.28$

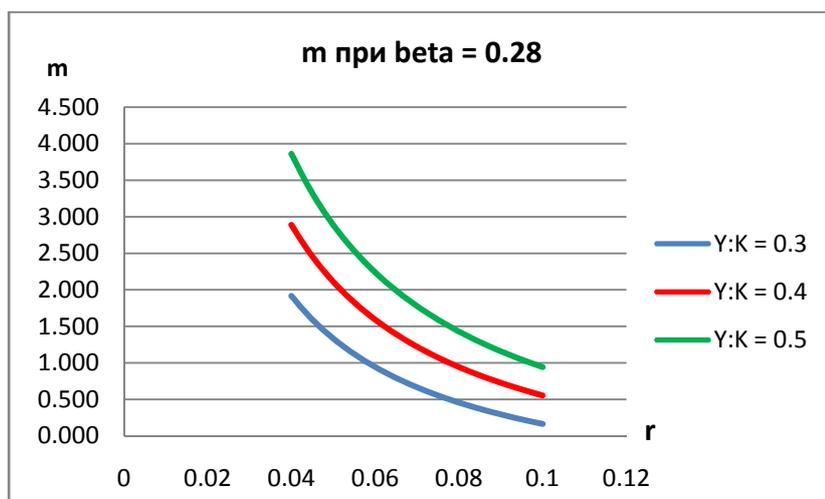


График 5. Зависимость m от параметра r при $\beta = 0.30$

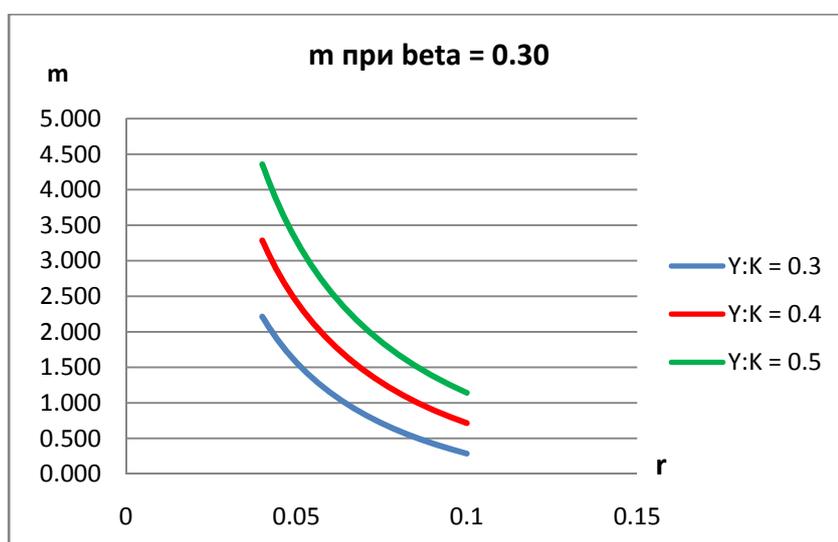


График 6. Зависимость m от параметра r при $\beta = 0.32$

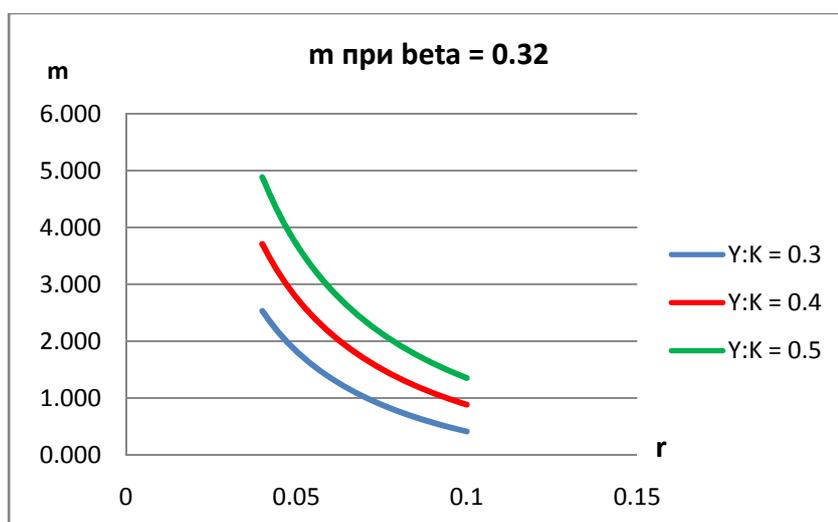


График 7. Зависимость нормы прибавочной стоимости e от параметра r при $\beta = 0.28$

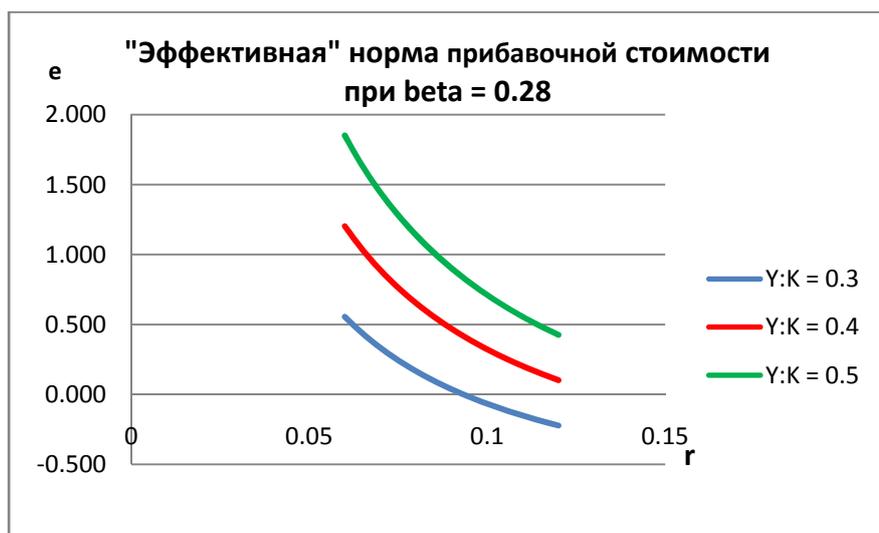


График 8. Зависимость нормы прибавочной стоимости e от параметра r при $\beta = 0.30$

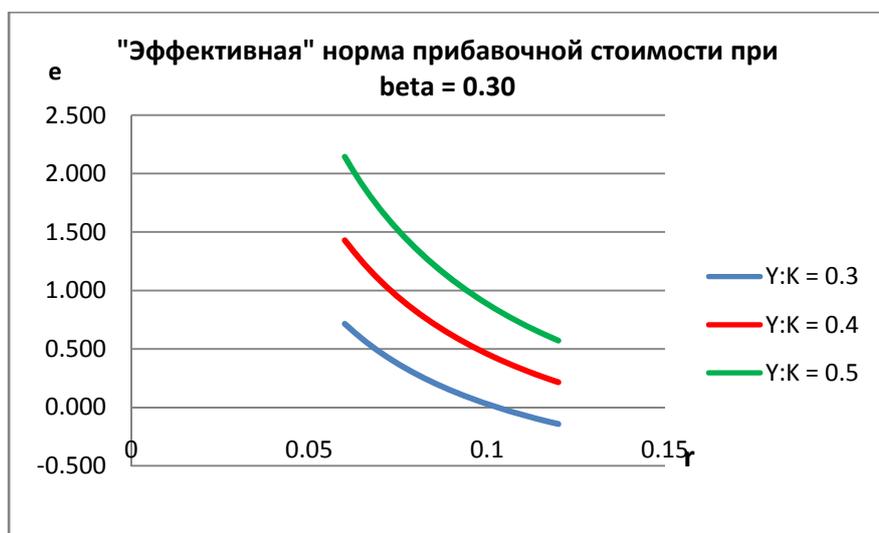
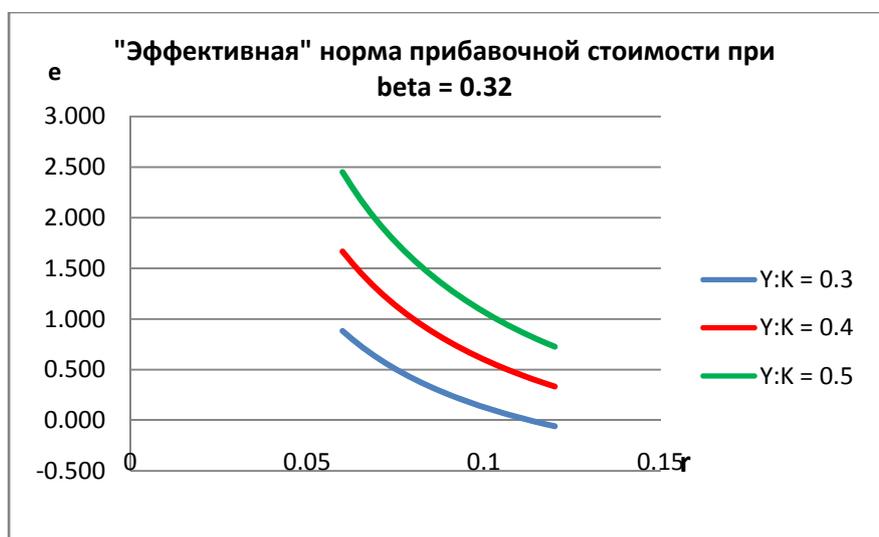


График 9. Зависимость нормы прибавочной стоимости e от параметра r при $\beta = 0.32$



Запишем деление национального дохода на две части: зарплата + прибыль:

$$NI = wL + RK_E = wL + ewL = \underbrace{wL}_{\text{доход труда}} + \underbrace{\left(\frac{ewL}{K_E}\right)K_E}_{\text{доход капитала}} \quad (44)$$

Преобразуем второе слагаемое, учитывая (33) и (43).

$$\frac{ewL}{K_E} = P_K - \Lambda - \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) \cdot r \quad (45)$$

Введём доли труда ω_L и капитала ω_K в национальном доходе:

$$\omega_L \equiv q_{NI} = \frac{wL}{NI} \quad (46)$$

$$\omega_K = \frac{NI - wL}{NI} = \left(\frac{ewL}{K_E}\right) \cdot \frac{K_E}{NI} = \left(P_K - \Lambda - \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) \cdot r\right) \cdot \frac{K_E}{Y-D} \quad (47)$$

$$\omega_L + \omega_K = 1 \quad (48)$$

Выражение (47) перепишем, учитывая (8) и (15).

$$\omega_K \cdot (P_K - \Lambda) = P_K - \Lambda - \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) \cdot r \quad (49)$$

Составим отношение:

$$h \equiv \frac{\Lambda + \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) \cdot r}{P_K(1-\omega_K) + \Lambda\omega_K} \quad (50)$$

Если развитая здесь теория верна, то параметр h должен быть равен единице.

$$\frac{\Lambda + \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) \cdot r}{P_K(1-\omega_K) + \Lambda\omega_K} = 1 \quad (51)$$

Доля доходов от капитала в национальном доходе, согласно формуле (35), равна:

$$\omega_K = 1 - \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) \left(\frac{r}{P_K - \Lambda}\right) \quad (52)$$

Отсюда находим долю оплаты труда в национальном доходе, которая равна:

$$\omega_L = \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) \cdot \left(\frac{r}{P_K - \Lambda}\right) \quad (53)$$

Из (52) и (53) следует полученная ранее формула для средней нормы прибавочной стоимости:

$$e = \frac{\omega_K}{\omega_L} = \left(\frac{\beta}{1-\beta}\right) \cdot \frac{P_K - \Lambda}{r} - 1 \quad (54)$$

Мы видим, что норма прибавочной стоимости зависит от четырёх параметров, три из которых – производительность капитала, параметр β производственной функции и норма амортизации Λ – мало меняются на больших временных отрезках. Значение же параметра r в первом приближении определяется как сумма мало меняющегося параметра Λ и «обобщённой процентной ставки», связанной со ставками банковского процента, процента по аренде недвижимости и процента по акциям. Значение нормы прибавочной стоимости e чувствительным образом зависит от значения

«цены капитала» r , поскольку параметр r стоит в знаменателе правой части (54). Вычисление «цены капитала» опирается на решение задачи максимизации национального дохода при заданных ценах на труд и капитал.

III. ВТОРАЯ ЗАДАЧА МАКСИМИЗАЦИИ.

Рассмотрим более детально, как взаимосвязаны между собой параметры рассматриваемой модели.

Национальный доход раскладывается на сумму доходов от труда и доходов от капитала:

$$NI = \omega L + RK_E \quad (55)$$

Отсюда получаем:

$$\omega L = w_L NI = w_L (Y - D) \quad (56)$$

$$RK_E = w_K NI = w_K (Y - D) \quad (57)$$

Здесь $w_L; w_K$ - доли труда и капитала в национальном доходе. Из (57) следует:

$$R = w_K (P_K - \Lambda) \quad (58)$$

Добавленная стоимость в нашей модели описывается функцией Кобба-Дугласа. Поскольку это - однородная функция, она удовлетворяет тождеству:

$$Y = Y'_K \cdot K_E + Y'_L \cdot L \quad (59)$$

Учтём теперь, что решение нашей задачи на условный экстремум приводит к соотношениям:

$$Y'_K \equiv \beta P_K = \lambda r \quad (60)$$

$$Y'_L \equiv (1 - \beta) P_L = \lambda \omega \quad (61)$$

Подставив (60) – (61) в (59), получаем:

$$Y = Y'_K \cdot K_E + Y'_L \cdot L = \lambda (rK_E + \omega L) = \lambda C \quad (62)$$

$$C \equiv rK_E + \omega L \quad (63)$$

Для «регулирующей прибыли» получаем тогда:

$$\hat{\Pi} \equiv Y - C = (\lambda - 1)C \quad (64)$$

Параметры $r; \omega; k$ связаны соотношением:

$$\frac{rk}{\omega} = \frac{\beta}{1 - \beta} = \frac{rK_E}{\omega L} \quad (65)$$

Подставив (65) в (63), получим:

$$\omega L = C(1 - \beta) \quad (66)$$

$$rK_E = C - \omega L = \beta C \quad (67)$$

Согласно (60), для параметра λ имеем выражение:

$$\lambda = \frac{\beta P_K}{r} \quad (68)$$

Подставим (68) в (62) и (64):

$$Y = \left(\frac{\beta P_K}{r} \right) C \quad (69)$$

$$\Pi = \left(\frac{\beta P_K}{r} - 1 \right) C \quad (70)$$

Выразим амортизацию через C .

$$D = \Lambda K_E = \frac{\Lambda Y}{P_K} = \frac{\Lambda}{P_K} \cdot \lambda C = \frac{\beta \Lambda}{r} \cdot C \quad (71)$$

Объединяя вместе полученные соотношения, приходим к следующей схеме разбиения добавленной стоимости и национального дохода на составные части:

	$R \cdot K_E$	
$\underbrace{Y}_{\text{VALUE ADDED}}$	$\underbrace{\overbrace{D}_{\text{DEPRECIATION}} + \left(\underbrace{rK_E}_{\beta C} - \underbrace{D}_{\left(\frac{\beta \Lambda}{r}\right)C} \right) + \hat{\Pi}}_{\text{NATIONAL INCOME}}$	$+ \underbrace{\omega L}_{(1-\beta)C}$
Y	$= \underbrace{rK_E}_{\beta C} + \underbrace{\omega L}_{(1-\beta)C} + \hat{\Pi}$	$+$

(72)

Используя (56), (69) и (71), находим:

$$w_L = (1 - \beta) \cdot \frac{r}{\beta(P_K - \Lambda)} \quad (73)$$

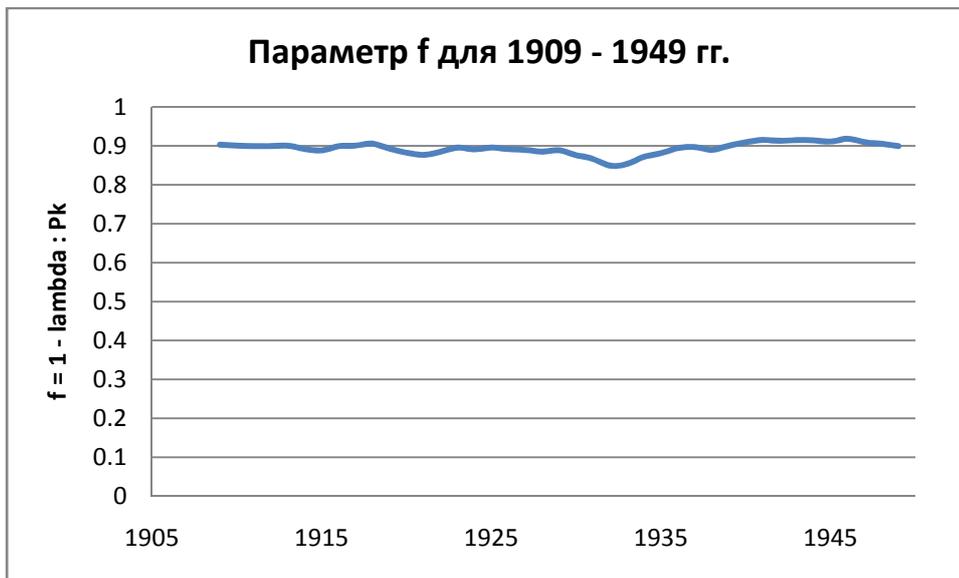
Рассмотрим теперь вопрос о производственной функции, которая описывает национальный доход. Сделаем сначала простое преобразование:

$$NI \equiv Y - D = \left(1 - \frac{D}{Y} \right) Y = \left(1 - \frac{\Lambda}{P_K} \right) Y = \left(1 - \frac{\Lambda}{P_K} \right) A K_E^\beta L^{1-\beta} \quad (74)$$

Статистика показывает, что множитель $1 - \frac{\Lambda}{P_K}$ меняется незначительно в длинном периоде.

Ниже приведён **График 10** для промышленности США за период 1909 – 1949 годы. Данные о производительности применяемого капитала взяты из статьи Solow (1957). Норма амортизация на применяемый капитал рассчитана по данным Kendrick (1961).

График 10. Параметр $f \equiv 1 - \frac{\Lambda}{P_K}$ для промышленности США за период 1909–1949 гг.



Опираясь на эти данные, можно считать параметр f постоянной величиной ($f \approx Const$). В этом приближении национальный доход можно также представить функцией Кобба-Дугласа:

$$NI = F(A_0; K_E; L) = A_0 K_E^\beta L^{1-\beta} \quad (75)$$

$$A_0 = A \cdot \left(1 - \frac{\Lambda}{P_K}\right) = f \cdot A \quad (76)$$

$$NI = \left(1 - \frac{\Lambda}{P_K}\right) Y \quad (77)$$

Пусть символ F'_i обозначает частную производную по фактору i , символ «точка» обозначает производную по времени.

Поставим задачу максимизации национального дохода при заданной цене на труд ω и норме прибыли R . Математически, задача формулируется следующим образом: найти объёмы капитала и труда, при которых выполняется равенство:

$$NI = A_0 K_E^\beta L^{1-\beta} = \omega L + R K_E = F(L; K_E) \text{ при заданных значениях } \omega = Const \text{ и } R = Const.$$

Взяв частные производные от левой и правой части этого равенства, приходим к соотношениям:

Предельная производительность труда равна ставке оплаты труда:

$$MPL = F'_L = \omega \quad (78)$$

Предельная производительность капитала равна «норме прибыли» на капитал:

$$MPK = F'_K = R \quad (79)$$

Отметим, что, согласно (78) – (79), выполняются соотношения:

$$\frac{F'_L \cdot L}{F} = \frac{\omega L}{NI} = w_L - \text{доля труда в национальном доходе,} \quad (80)$$

$$\frac{F'_K \cdot K}{F} = \frac{RK_E}{NI} = w_K - \text{доля прибыли в национальном доходе.} \quad (81)$$

Учитывая вид функции F , взяв частные производные и подставив их в левые части формул (80)-(81), получаем:

$$w_L = 1 - \beta \quad (82)$$

$$w_K = \beta \quad (83)$$

Сравнивая с (66) – (67) и учитывая (80)-(83), получаем:

$$NI = C \quad (84)$$

$$R = r \quad (85)$$

$$D = \hat{\Pi} \quad (86)$$

С другой стороны, из (77) при условии $f \approx Const$ следует:

$$F'_K = f \cdot Y'_K = f \cdot \lambda r = f \beta P_K = R \quad (87)$$

Сравнивая (85) и (87), получаем:

$$\lambda = \frac{1}{f} = \frac{P_K}{P_K - \Lambda} \quad (88)$$

Соотношения (84) – (88) будут выполняться тем точнее, чем точнее выполняется условие $f \approx Const$.

Отметим важный результат – определение ‘rental (user) cost of capital’ через НАБЛЮДАЕМЫЕ величины $w_K; P_K; \Lambda$, согласно соотношениям (58), (83) и (85):

$$\boxed{r = R = w_K (P_K - \Lambda) = \beta (P_K - \Lambda)} \quad (89)$$

IV. ПРОВЕРКА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ФОРМУЛ ПО СТАТИСТИЧЕСКИМ ДАННЫМ.

Идея максимизации прибыли используется в неоклассической теории роста. Но в этой теории параметр r является ненаблюдаемым. «Цена капитала» определяется через затраты, которые несёт владелец капитала в течение года - от момента приобретения капитала (посредством взятия ссуды в банке) до момента его продажи (отчуждения капитала) спустя 1 год.

“Rental cost – equivalent to what it costs to buy capital today and then sell it one year from now”.

Для вычисления r используется довольно сложный алгоритм учёта множества факторов, оказывающих влияние на «цену капитала». В самом грубом приближении «цена капитала» равна

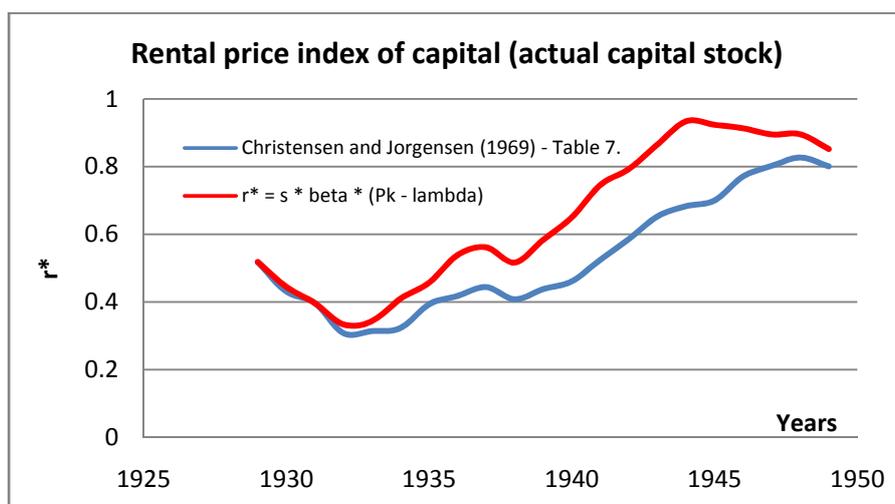
сумме нормы амортизации Λ и реального процента i_R (номинальный процент i_N минус процент инфляции E)⁶:

$$r = \Lambda + i_R = \Lambda + i_N - E \quad (90)$$

Erumban (2008), анализируя предложенные модели вычисления «цены капитала», отмечает, что многие модели могут приводить к отрицательным значениям «цены капитала», что неприемлемо и указывает на высокую погрешность теоретических расчётов. Уже по этой причине расчётные значения «цены капитала», найденные с учётом влияния множества факторов (инфляция, налоги....), дают лишь приближённые оценочные значения. Можно ожидать, что эти расчёты, в общем и целом, должны соответствовать выведенной выше простой формуле (89).

Интересно сопоставить теоретический расчёт «цены капитала», выполненный в модели Christensen and Jorgensen (1969), где учитывается влияние множества факторов, с расчётом на основе нашей формулы (89). На **Графиках 11 и 12** изображены индекс «цены капитала», рассчитанный в работе Christensen and Jorgensen (1969) и тот же индекс, рассчитанный, согласно формуле (89), при постоянном $\beta = 0.344$, найденным по данным Solow (1957). Christensen and Jorgensen (1969) приводят индекс «цены капитала» для фактического и потенциального запаса капитала (actual and potential capital stock). Интересно сопоставить оба индекса с индексом, построенным на основе формулы (89).

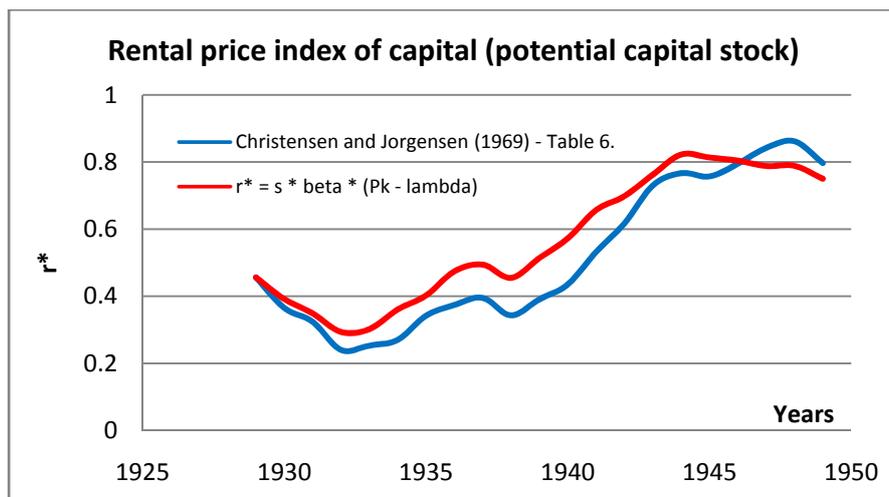
График 11. Индекс «цены капитала» по данным Solow.



Пояснения: Индекс цены капитала (price index) взят из работы Christensen and Jorgensen (1969) – Таблица 7 (actual capital input), столбец 6. Значение параметра r^* определяется по формуле $r^* = s \cdot r = s \cdot \beta \cdot (P_k - \Lambda)$, где $s = K_E : K$ - доля применяемого капитала от общего запаса капитала. Параметр r - цена применяемого капитала, тогда как r^* - цена имеющегося в наличии капитала ($r \cdot K_E = r^* \cdot K$). В работе Christensen and Jorgensen (1969) рассчитан индекс изменения цены капитала (всего имеющегося запаса и потенциального капитала). Начальное значение индекса для r^* выбрано равным значению, которое приведено в статье Christensen and Jorgensen (1969).

⁶ Смотри, например: www.lidderdale.com/econ/311/ch11ppt.ppt

График 12. Индекс «цены капитала» по данным Solow.



Пояснения: Индекс цены капитала (price index) взят из работы Christensen and Jorgensen (1969) – Таблица 6 (potential capital input), столбец 8.

Коэффициент корреляции между показателями, изображёнными на графике 11, равен 93.6%. Модуль среднего отклонения составляет 16%. Коэффициент корреляции между индексами на графике 12 равен 96.7%. Модуль среднего отклонения составляет 13%. Учитывая, что интервал 1929-1949 включает в себя «великую депрессию» и вторую мировую войну – периоды кардинальных изменений в экономике и вмешательства государства – можно считать, что развитая выше теория хорошо согласуется с расчётами Christensen and Jorgensen (1969), основанными на учёте множества факторов, влияющих на значение «цены капитала».

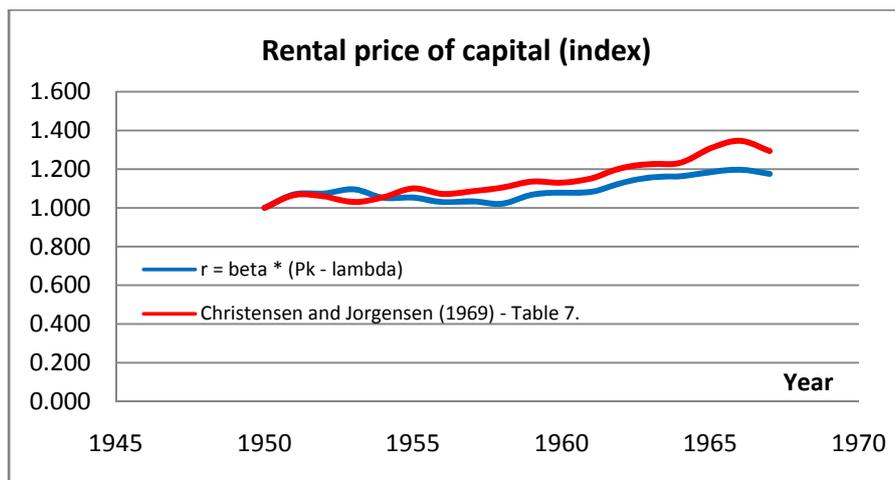
Приведём также результат расчёта «цены капитала» по данным Таблиц BEA (U.S. Bureau of Economic Analysis) в сопоставлении с индексом цены капитала из статьи Christensen and Jorgensen (1969) (Table 7). Индекс цены капитала (price index) взят из работы Christensen and Jorgensen (1969) – Таблица 7 (actual capital input), столбец 6. Этот индекс нормирован так, чтобы его значение в 1950 году было равно единице. Расчёт теоретического индекса «цены капитала» $r = \beta \cdot (P_k - \lambda)$ не требует знания параметра β , поскольку индекс равен отношению значения r в рассматриваемом году к значению r в базовом 1950-ом году, а параметр β мы считаем постоянным.

Чтобы рассчитать значения производительности капитала P_k мы использовали данные BEA о ВВП (GDP) и фиксированных активах (fixed assets) в текущих ценах (<http://www.bea.gov/national/index.htm>). Данные для “fixed assets” доступны, начиная с 1947 года. Данные о ВВП взяты из Таблицы “current dollar and real GDP”.

Данные о “fixed assets” взяты из Таблиц: <http://www.bea.gov/national/FA2004/Details/Index.html> – Sections 1 and 2 (residential and nonresidential estimates) – сумма по всем индустриям.

Амортизация рассчитана на основе Таблицы национальных счетов: http://www.bea.gov/national/nipaweb/Ni_FedBeaSna/Index.asp – Table s1.a – “consumption of fixed capital”. Хотя данные по амортизации доступны, начиная с 1960 года, расчёт показывает, что норма амортизации - высоко стабильный параметр, равный примерно 0.05. Это значение λ и было положено в основу вычисления «цены капитала».

График 13. Индекс «цены капитала» по данным ВЕА.



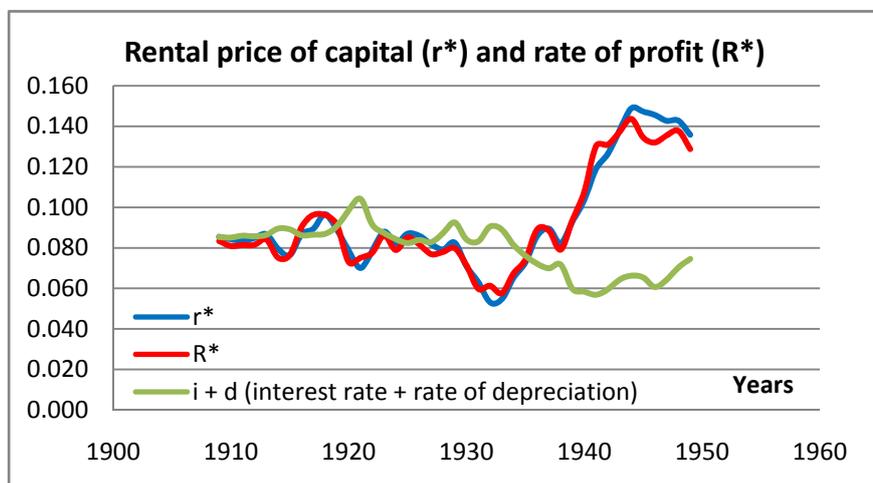
Среднее значение модуля отклонения двух показателей на Графике 13 составляет 5.2%. Коэффициент корреляции равен 90.6%.

Графики 11-13 можно рассматривать как прямое подтверждение предложенной теоретической модели. Эти графики демонстрируют разумное согласие между расчётом Christensen and Jorgensen (1969), учитывающим влияние множества факторов на «цену капитала», и простой формулой, полученной, исходя из решения задачи двойной максимизации: задачи максимизации добавленной стоимости при фиксированных затратах и задачи максимизации национального дохода при заданных ценах на основные факторы производства – труда и капитала.

При построении **Графиков 11-12** мы использовали данные Solow (1957) для промышленности США за период 1909-1949 годы. Для расчёта нормы амортизации использованы данные Kendrick J. W. (1961) (Таблица A-I, стр. 290 – 292 – данные по валовым амортизационным отчислениям: потребление основного капитала, “capital consumption allowances” и Таблица A-XV, стр. 320 – 322 – данные о запасах основного капитала, “real capital stock”). Данные о ставке процента приведены в книге Moore G. H. (1961) (данные, начиная с 1919 года, о процентной ставке взяты из Таблиц 26.0 и 26.1 на стр. 154, последний столбец, для периода 1909 – 1918 взята средняя процентная ставка за период 1919 – 1929).

Данные выполненных расчётов сведены в **Таблице 2**. На **Графике 14** изображены «цена капитала», «норма прибыли» и приближённое значение «цены капитала», рассчитанное как сумма нормы процента по банковским ссудам и нормы амортизации.

График 14. Цена капитала и норма прибыли по данным Solow (1957).



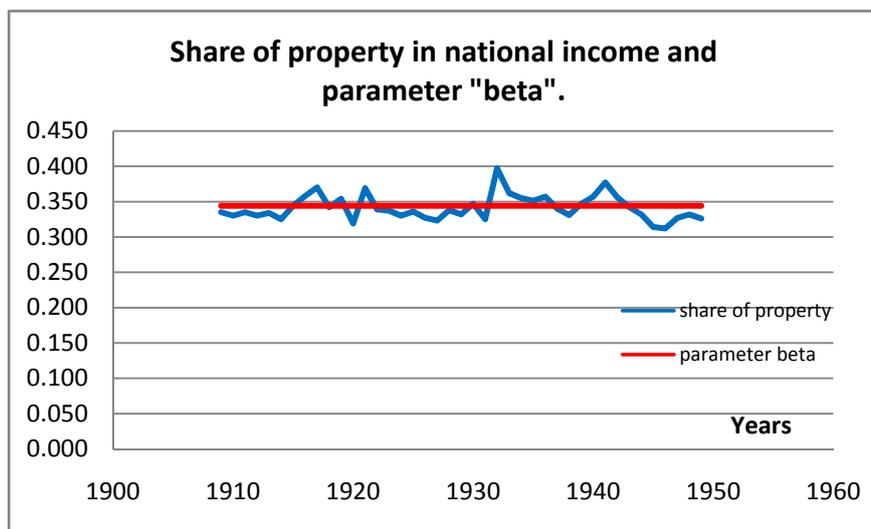
Параметры $r^* = \frac{r \cdot K_E}{K} = r \cdot s$ и $R^* = \frac{R \cdot K_E}{K} = R \cdot s$ рассчитаны на весь имеющийся запас капитала ($r \cdot K_E = r^* \cdot K$ и $R \cdot K_E = R^* \cdot K$). **График 14** подтверждает теоретический вывод, что $R = r$. Коэффициент корреляции составляет 97%. Среднее отклонение составляет 4%. Параметр r рассчитан по формуле (89). «Норма прибыли» рассчитана по формуле:

$$R = \frac{NI \cdot w_K}{K_E} = \frac{(Y - D) \cdot w_K}{K_E} = w_K \cdot (P_K - \Lambda) \quad (91)$$

Эти величины отличаются лишь потому, что текущее значение w_K немного отличается от параметра β . Среднее значение по ряду $\{w_K\}$ составляет 0.341. Мы взяли значение $\beta = 0.344$, как угловой коэффициент МНК прямой $\ln\left(\frac{y}{A}\right) = \beta \cdot \ln(k)$, выделив фактор $A(t)$ по алгоритму Solow (1957).

На **Графике 15** показан разброс значений $\{w_K\}$ относительно значения $\beta = 0.344$.

График 15. Доля доходов от собственности в национальном доходе и значение параметра $\beta = 0.344$.



Для нормы прибавочной стоимости, учитывая (54) и (89), находим:

$$e = \frac{\beta}{1 - \beta} \quad (92)$$

Если не учитывать возможное небольшое изменение параметра β , то «эффективная» норма прибавочной стоимости будет постоянна. При $\beta = 0.344$ получаем $e = 0.52$.

Таблица 2. Сводка данных для промышленности США за период 1909 – 1949 гг.

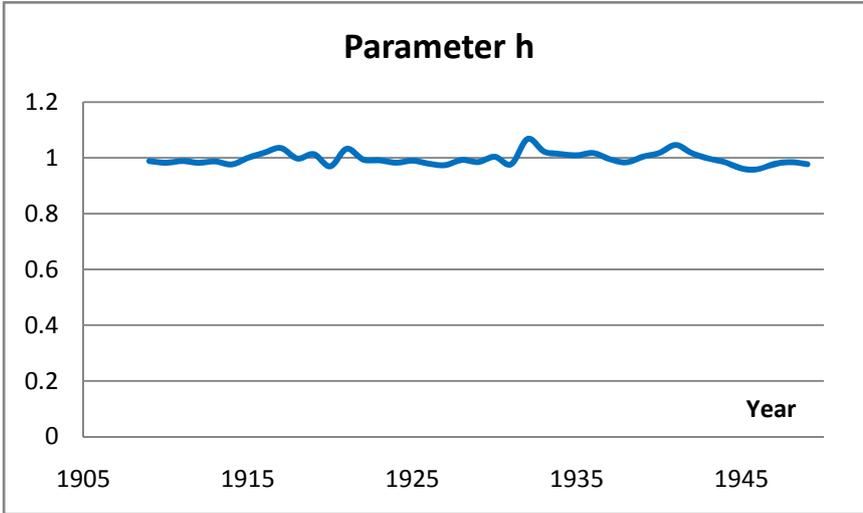
Year	share of property in income	% labor force employed	Capital stock	Capital employed	Private nonfarm GNP	Rate of Depreciation	Private nonfarm GNP per manhour	Employed capital per manhour	dA : A	A	y : A	Y : Ke	Rate of Interest	Parameter of Cobb-Douglas function	Rate of profit	"Price" of capital		Rate of surplus value (theory)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
	wk	s	K	Ke = s*K	Y=(y*Ke):k	d	y = Y : L	k = Ke : L					i	beta	R	r	i + d	e
1909	0.335	0.911	146142	133135	40264	0.029	0.623	2.060	-0.018	1.000	0.623	0.302	0.056	0.344	0.091	0.094	0.085	0.52
1910	0.330	0.928	150038	139235	40842	0.029	0.616	2.100	0.039	0.982	0.627	0.293	0.056	0.344	0.087	0.091	0.085	0.52
1911	0.335	0.906	156335	141640	42231	0.030	0.647	2.170	0.002	1.021	0.634	0.298	0.056	0.344	0.090	0.092	0.086	0.52
1912	0.330	0.930	159971	148773	43891	0.030	0.652	2.210	0.040	1.022	0.638	0.295	0.056	0.344	0.088	0.091	0.086	0.52
1913	0.334	0.918	164504	151015	46049	0.030	0.680	2.230	0.007	1.063	0.640	0.305	0.056	0.344	0.092	0.094	0.086	0.52
1914	0.325	0.836	171513	143385	44449	0.033	0.682	2.200	-0.028	1.071	0.637	0.310	0.056	0.344	0.090	0.095	0.090	0.52
1915	0.344	0.845	175371	148188	43866	0.033	0.669	2.260	0.034	1.041	0.642	0.296	0.056	0.344	0.090	0.090	0.089	0.52
1916	0.358	0.937	178351	167115	49992	0.030	0.700	2.340	-0.010	1.077	0.650	0.299	0.056	0.344	0.096	0.092	0.086	0.52
1917	0.370	0.940	182263	171327	52639	0.031	0.679	2.210	0.072	1.066	0.637	0.307	0.056	0.344	0.102	0.095	0.087	0.52
1918	0.342	0.945	186679	176412	57930	0.031	0.729	2.220	0.014	1.143	0.638	0.328	0.056	0.344	0.102	0.102	0.087	0.52
1919	0.354	0.931	189977	176869	54922	0.033	0.767	2.470	-0.076	1.158	0.662	0.311	0.057	0.344	0.098	0.095	0.091	0.52
1920	0.319	0.928	194802	180776	50519	0.033	0.721	2.580	0.072	1.071	0.673	0.279	0.066	0.344	0.079	0.085	0.099	0.52
1921	0.369	0.769	201491	154947	46788	0.037	0.770	2.550	0.032	1.147	0.671	0.302	0.067	0.344	0.098	0.091	0.104	0.52
1922	0.339	0.817	204324	166933	52829	0.036	0.788	2.490	0.010	1.184	0.666	0.316	0.055	0.344	0.095	0.096	0.091	0.52
1923	0.337	0.921	209964	193377	59939	0.032	0.809	2.610	0.017	1.196	0.676	0.310	0.055	0.344	0.094	0.096	0.087	0.52
1924	0.330	0.880	222113	195459	59637	0.033	0.836	2.740	0.035	1.216	0.687	0.305	0.051	0.344	0.090	0.093	0.084	0.52
1925	0.336	0.911	231772	211144	65522	0.032	0.872	2.810	-0.011	1.258	0.693	0.310	0.050	0.344	0.093	0.096	0.082	0.52
1926	0.327	0.925	244611	226265	68510	0.033	0.869	2.870	-0.005	1.245	0.698	0.303	0.051	0.344	0.088	0.093	0.084	0.52
1927	0.323	0.900	259142	233228	69332	0.033	0.871	2.930	-0.006	1.239	0.703	0.297	0.050	0.344	0.085	0.091	0.083	0.52
1928	0.338	0.900	271089	243980	70609	0.033	0.874	3.020	0.020	1.231	0.710	0.289	0.054	0.344	0.087	0.088	0.087	0.52
1929	0.332	0.925	279691	258714	75670	0.033	0.895	3.060	-0.043	1.255	0.713	0.292	0.060	0.344	0.086	0.089	0.093	0.52
1930	0.347	0.881	289291	254865	67964	0.033	0.880	3.300	0.024	1.202	0.732	0.267	0.051	0.344	0.081	0.080	0.084	0.52
1931	0.325	0.782	289056	226042	61364	0.036	0.904	3.330	-0.023	1.231	0.735	0.271	0.047	0.344	0.076	0.081	0.083	0.52
1932	0.397	0.679	282731	191974	51447	0.041	0.879	3.280	0.010	1.202	0.731	0.268	0.050	0.344	0.090	0.078	0.091	0.52
1933	0.362	0.665	270676	180000	50458	0.041	0.869	3.100	0.072	1.215	0.715	0.280	0.048	0.344	0.087	0.082	0.089	0.52
1934	0.355	0.709	262370	186020	57108	0.039	0.921	3.000	0.039	1.302	0.707	0.307	0.042	0.344	0.095	0.092	0.081	0.52
1935	0.351	0.730	257810	188201	61838	0.039	0.943	2.870	0.060	1.353	0.697	0.329	0.037	0.344	0.102	0.100	0.076	0.52
1936	0.357	0.773	254875	197018	71129	0.038	0.982	2.720	-0.010	1.434	0.685	0.361	0.034	0.344	0.115	0.111	0.072	0.52
1937	0.340	0.810	257076	208232	74610	0.037	0.971	2.710	0.021	1.420	0.684	0.358	0.033	0.344	0.109	0.110	0.070	0.52
1938	0.331	0.747	259789	194062	69807	0.040	1.000	2.780	0.048	1.450	0.690	0.360	0.032	0.344	0.106	0.110	0.072	0.52
1939	0.347	0.772	257314	198646	77218	0.039	1.034	2.660	0.050	1.520	0.680	0.389	0.021	0.344	0.121	0.120	0.060	0.52
1940	0.357	0.806	258048	207987	85567	0.037	1.082	2.630	0.044	1.596	0.678	0.411	0.021	0.344	0.134	0.129	0.058	0.52
1941	0.377	0.868	262940	228232	99254	0.037	1.122	2.580	0.004	1.666	0.674	0.435	0.020	0.344	0.150	0.137	0.057	0.52
1942	0.356	0.936	270063	252779	108772	0.038	1.136	2.640	0.041	1.672	0.679	0.430	0.022	0.344	0.140	0.135	0.060	0.52
1943	0.342	0.974	269761	262747	118337	0.038	1.180	2.620	0.071	1.741	0.678	0.450	0.026	0.344	0.141	0.142	0.064	0.52
1944	0.332	0.984	265483	261235	125651	0.041	1.265	2.630	0.021	1.864	0.678	0.481	0.025	0.344	0.146	0.151	0.066	0.52
1945	0.314	0.965	261472	252320	122935	0.043	1.296	2.660	-0.044	1.903	0.681	0.487	0.022	0.344	0.139	0.153	0.065	0.52
1946	0.312	0.948	258051	244632	118891	0.040	1.215	2.500	-0.017	1.820	0.668	0.486	0.021	0.344	0.139	0.154	0.061	0.52
1947	0.327	0.954	268845	256478	122494	0.043	1.194	2.500	0.016	1.789	0.668	0.478	0.021	0.344	0.142	0.150	0.064	0.52
1948	0.332	0.957	276476	264588	126691	0.045	1.221	2.550	0.025	1.817	0.672	0.479	0.025	0.344	0.144	0.149	0.070	0.52
1949	0.326	0.930	289360	269105	127077	0.048	1.275	2.700	-0.674	1.862	0.685	0.472	0.027	0.344	0.138	0.146	0.075	0.52

Примечания: Столбцы (2), (3), (4), (5), (9), (10) – данные Solow (1957). Норма процента (14) взята из данных Moore (1961). Норма амортизации рассчитана по данным Kendrick (1961).

При обработке данных Solow (1957) была исправлена допущенная в этой статье ошибка вычисления фактора $A(t)$ начиная с 1942 года.

На графике 16 приведён расчёт параметра h согласно формуле (50).

График 16. Параметр h .



Мы видим, что отклонение от теоретического значения $h = 1$ за все 40 лет незначительно. Среднее отклонение по модулю составляет 0.0185. Это связано с высокой стабильностью параметра w_K , который в нашей модели в среднем должен быть равен эластичности β (формула (83)).

Для проверки соотношения (13), используем данные Kravis (1968) о «функциональном распределении национального дохода». Эти данные сведены в **Таблице 3**.

Таблица 3. Функциональное распределение национального дохода США за период 1910 – 1948 гг.

Years	Employee Compensation w_L	Entrepreneurial Income s_{Π}	Corporate Profits s_A	Interest s_P	Rent s_R
1910 - 1919	53.6%	23.8%	9.1%	5.4%	8.1%
1920 - 1929	60.8%	17.5%	7.8%	6.2%	7.7%
1930 - 1939	67.5%	14.8%	4.0%	8.7%	5.0%
1939 - 1948	64.6%	17.1%	11.9%	3.1%	3.3%

Анализ данных Solow (1957) указывает на то, что до начала «Великой Депрессии» «регулирующая прибыль» в основном совпадала с «предпринимательским доходом», а в «затраты» входили «оплата труда», «процент», прибыли корпораций» (дивиденды акционерам) и «рента». Это легко видно, если положить в формуле (13) $\gamma = 0$ и рассчитать значение параметра α по формуле, вытекающей из (13) и (14):

$$\alpha = \frac{\frac{r - \Lambda}{P_K - \Lambda} - (\gamma s_{\Pi} + s_P + s_R)}{s_A} \tag{93}$$

График 17. Значение параметра α при условии $\gamma = 0$.



График 17 показывает, что до и после первой мировой войны почти вся прибыль корпораций включалась в «затраты» - коэффициент $\alpha \sim 1$. По определению, коэффициент $\alpha \leq 1$. Если в какие-то года это неравенство нарушается, то это значит, что параметр γ должен быть больше единицы, а значит для этих лет часть «предпринимательского дохода» входит в «затраты». По **Графику 17** мы видим, что это – годы первой мировой войны, когда капитал был поставлен перед неизбежностью нести бремя дополнительных военных расходов. Если продлить График 17 на период «Великой Депрессии» и второй мировой войны, то мы обнаружим резкое увеличение параметра α , который снова становится больше единицы. Это означает, что и в эти «трудные времена» предприниматели были вынуждены нести дополнительные расходы - сначала на поддержку социальной стабильности в обществе, а позднее на военные расходы. Данные для «благоприятных периодов»⁷ (1909-1915) и (1919 – 1926) указывают на то, что «прибыль корпораций» должна почти целиком входить в «затраты» предпринимателей. Поэтому будем считать, что $\alpha = 1$. В те годы, в которые $\alpha > 1$ при условии $\gamma = 0$ введём значения γ так, чтобы и в эти годы было $\alpha = 1$. Соответствующая формула для расчёта имеет вид:

$$\gamma = \frac{\frac{r - \Lambda}{P_K - \Lambda} - (s_A + s_P + s_R)}{s_{\Pi}}, \quad \text{если } \alpha = \frac{\frac{r - \Lambda}{P_K - \Lambda} - (s_P + s_R)}{s_A} > 1. \quad (94)$$

Используя этот алгоритм, строим **График 18** значений γ .

⁷ США вступили в активные военные действия в 1917 году, хотя подготовка к войне началась раньше – сразу после торпедирования немцами британского судна «Лузитания» в 1915, на борту которого находилось 100 американских граждан.

График 18. Доля «предпринимательского дохода» γ в «затратах».



Мы видим, что доля «предпринимательского дохода» в «затратах» предпринимателей резко возрастает в периоды войн и кризисов (первая мировая война, кризис 1920-1921, «Великая Депрессия» 1930-ых и вторая мировая война).

Будем рассчитывать параметр α в соответствии с формулой:

$$\alpha = \frac{\frac{r - \Lambda}{P_K - \Lambda} - (s_P + s_R)}{s_A} \quad (95)$$

В случае, если формула (95) даёт значение больше единицы, полагаем $\alpha = 1$ и вводим ещё ненулевой параметр γ , в соответствии с **Графиком 18**. Такой способ расчёта параметров α и γ означает, что «предпринимательский доход» частично включается в «затраты» лишь в том случае, если полная сумма процента, ренты и корпоративной прибыли не покрывает всей суммы затрат. Рассчитаем «цену капитала» в соответствии с данными **Таблицы 3** по формуле (13) и в соответствии с формулой (89). Результаты расчёта изображены на **Графике 19**.

График 19. «Цена капитала» ('rental price of capital').

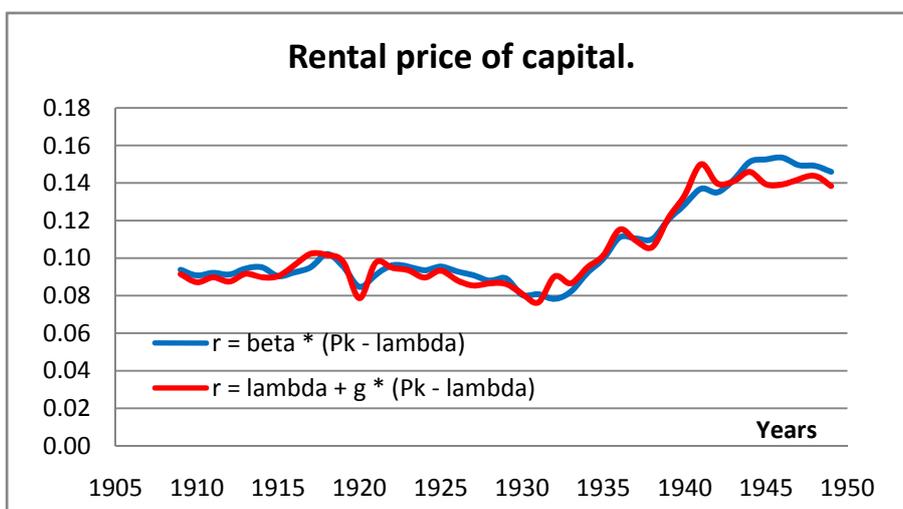


График 19 демонстрирует, что формулы (13) и (89) дают почти одинаковые значения. Корреляция составляет 97.1%, а средний модуль отклонения - 4.2%. При этом расчёт на основе формулы (13) опирается на данные о функциональном распределении доходов, тогда как в формуле (89) используется лишь информация о добавленной стоимости, амортизации и размере применяемого капитала. Учёт параметра γ в соответствии с формулой (94) существенен после 1930 года. Если положить $\alpha = 1$ и $\gamma = 0$, получим **График 20**.

График 20. «Цена капитала» ('rental price of capital') при $\alpha = 1$ и $\gamma = 0$.

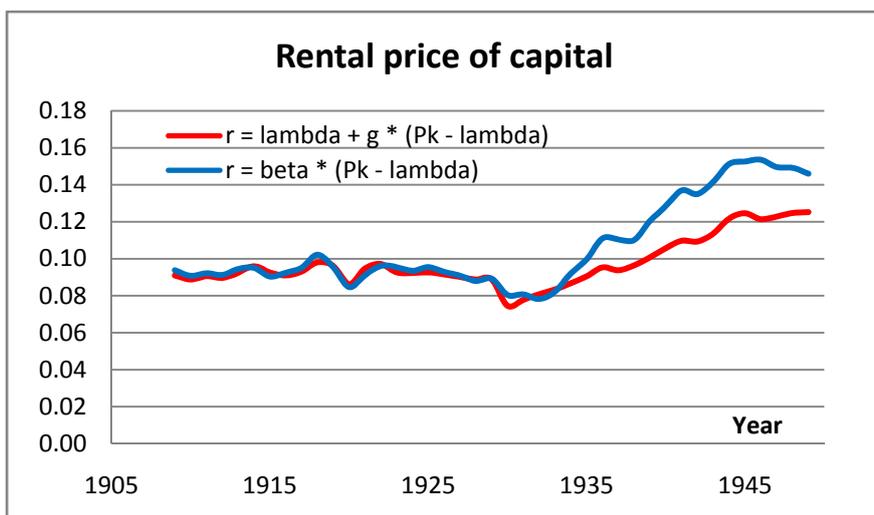


График 20 доказывает, что формулы (13) и (89) хорошо согласуются на временном интервале 1909-1930 гг, если включать в «затраты» предпринимателей зарплату, ренту, процент и прибыль корпораций. Коэффициент корреляции по этому периоду равен 89%. Начиная с 1930 года учёт только этих статей расходов уже недостаточен – в затратах этого периода необходимо учитывать ещё часть «предпринимательского дохода», которая через налоговую систему и государственные займы шла на покрытие резко возросших в это время издержек общества, связанных с кризисом и войной.

V. СВОДКА ФОРМУЛ.

Приведём теоретические выражения для величин, входящих в схему разбиения добавленной стоимости и национального дохода с учётом соотношений (62), (84)-(86), (88)-(89).

Схема разбиения добавленной стоимости и национального дохода составные части.

$$\begin{array}{c}
 \underbrace{Y}_{\text{VALUE ADDED}} = \underbrace{\frac{D}{\Delta K_E = \left(\frac{\beta \Lambda}{r}\right) C}}_{\text{DEPRECIATION}} + \underbrace{\left(\frac{r K_E}{\beta C} - \frac{D}{\left(\frac{\beta \Lambda}{r}\right) C} \right)}_{\text{NATIONAL INCOME}} + \frac{\hat{\Pi}}{\left(\frac{\beta P_{K-1}}{r}\right) C} + \frac{\omega L}{(1-\beta)C} \\
 \\
 Y = \underbrace{\frac{r K_E}{\beta C}}_C + \frac{\omega L}{(1-\beta)C} + \hat{\Pi}
 \end{array}$$

Удобно выразить все величины через «добавленную стоимость» и параметры $\beta; P_K; \Lambda$. Учитывая (62) и (88), прежде всего, находим «затраты»:

$$C = NI = \left(\frac{P_K - \Lambda}{P_K} \right) \cdot Y \quad (96)$$

$$D = \hat{\Pi} = \left(\frac{\Lambda}{P_K} \right) \cdot Y \quad (97)$$

$$rK_E = RK_E = \beta C = \beta \cdot \left(\frac{P_K - \Lambda}{P_K} \right) \cdot Y \quad (98)$$

$$\omega L = (1 - \beta) \cdot C = (1 - \beta) \cdot \left(\frac{P_K - \Lambda}{P_K} \right) \cdot Y \quad (99)$$

Приведём также формулы для мало меняющихся со временем параметров экономики:

$$e = \frac{1 - \beta}{\beta} \quad (100)$$

$$w_K = \beta \quad (101)$$

$$w_L = 1 - \beta \quad (102)$$

$$r = R = \beta \cdot (P_K - \Lambda) \quad (103)$$

$$\omega = (1 - \beta) \cdot \left(1 - \frac{\Lambda}{P_K} \right) \cdot P_L \quad (104)$$

Мы видим, что доли капитала и труда в национальном доходе w_K и w_L определяются параметром β , который почти не меняется с течением времени. Ставка оплаты труда зависит от производительности труда и капитала и растёт вместе с ними.

Наконец, приведём выражение для функции «затрат» (“cost function”) - $C(Y; r; \omega)$, которая определяется минимальными затратами при заданном выпуске и факторных ценах. При каждом наборе $(Y; r; \omega)$ существует комбинация $(K_E; L)$, при которой «затраты» минимальны.

$$C = rK_E + \omega L = \left(\frac{r}{P_K} + \frac{\omega}{P_L} \right) \cdot Y \quad (105)$$

Из (89) выражаем производительность капитала:

$$P_K = \Lambda + \frac{r}{\beta} \quad (106)$$

Из (103)-(104) находим:

$$P_L = \frac{\omega P_K}{P_K - \Lambda - r} = \frac{\omega}{r} \cdot \frac{(\Lambda \beta + r)}{(1 - \beta)} \quad (107)$$

Из (33), (37) и (106) следует:

$$\left(\frac{\beta}{1 - \beta} \right) \cdot \frac{\omega}{r} = \left(\frac{A}{\Lambda + \frac{r}{\beta}} \right)^{\frac{1}{1 - \beta}} \quad (108)$$

Выразим из (108) параметр Λ :

$$\Lambda = \frac{A}{\left(\frac{\beta}{1-\beta}\right)^{1-\beta} \cdot \left(\frac{\omega}{r}\right)^{1-\beta}} - \frac{r}{\beta} \quad (109)$$

Подставим (109) в (106) и (107).

$$P_K = A \cdot \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right)^{1-\beta} \cdot \left(\frac{r}{\omega}\right)^{1-\beta} \quad (110)$$

$$P_L = A \cdot \left(\frac{\beta}{1-\beta}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{\omega}{r}\right)^{\beta} \quad (111)$$

Подставляя (110)-(111) в (105), получаем выражение для функции «затрат» (cost function):

$$C(Y; r; \omega) = \left(\frac{Y}{A}\right) \cdot \left(\beta^{-\beta} \cdot (1-\beta)^{-(1-\beta)}\right) \cdot r^{\beta} \omega^{1-\beta} \quad (112)$$

Как и следовало ожидать, полученное выражение совпадает с классическим выражением функции «затрат» для производственной функции Кобба-Дугласа (смотри, например, формула (18) у McFadden (1978)).

Предположим, что задана лишь функция «затрат» вида (112). Известно, что функция «затрат» удовлетворяет следующим соотношениям ('Shephard's lemma' (1953)):

$$C'_r = K_E \quad (113)$$

$$C'_\omega = L \quad (114)$$

Из них следуют формулы (110) и (111), а поделив (111) на (110) мы придём к формуле (33). Можно доказать, что формула (89) для «цены капитала» следует из равенства (86) (амортизация = «регулирующей прибыли»), если «функция затрат» задаётся формулой (112).

VI. ВЫВОДЫ.

Приведённые расчёты подтверждают модель двойной максимизации, в которой действия экономических агентов направлены на решение двух задач: максимизации национального дохода при заданных ценах на факторы труда и капитала, и максимизации «регулирующей прибыли» при заданном значении затрат класса предпринимателей. «Затраты» предпринимателей состоят из расходов, которые они несут, оплачивая труд, процент, ренту и дивиденды акционеров. В трудные периоды (кризисы, депрессии и войны) «затраты» предпринимателей увеличиваются. «Регулирующая прибыль» в «хорошие времена» почти целиком состоит из «предпринимательского дохода». В «трудные времена» «регулирующая прибыль» уменьшается за счёт изъятия части «предпринимательского дохода» на удовлетворение специфических задач общества – покрытие военных расходов, пособий по безработице, социальных программ и т.п. Модель приводит к простым формулам для «цены капитала» - формулы (13) и (89), которые хорошо согласуются с данными по экономике США за период 1909-1967 годы. Модель также объясняет природу высокой стабильности деления национального дохода на доходы труда и доходы капитала.

Из решения задачи двойной оптимизации вытекают нетривиальные соотношения (84) - (86) между разными частями, на которые распадается добавленная стоимость и национальный доход. Национальный доход оказывается равен «затратам», сумма амортизации равна «регулирующей прибыли», а «норма прибыли» равна «цене капитала»: $NI = C$, $D = \hat{\Pi}$ и $R = r$. Независимым является лишь одно из этих равенств: задав одно из них, два других получаем как следствие.

Список литературы:

1. Christensen, L.R. and D.W. Jorgenson (1969), The Measurement of U.S. Real Capital Input, 1929-1967, *Review of Income and Wealth* 15(4), 293-320.
2. Erumban A. A. (2008). Rental Prices, Rates of Return, Capital Aggregation and Productivity: Evidence from EU and US. *CESifo Economic Studies* 54(3).
3. Gollin, D. (2001), "Getting Income Shares Right", mimeo, Williams College, Williamstown, Mass.
4. Kendrick J. W. (1961). Productivity Trends in the United States. Princeton , The National Bureau of Economic Research, General Series, No.71.
<http://www.nber.org/books/kend61-1>
5. Keynes, J. M. (1939), Relative Movements of Real Wages and Output, *Economic Journal* 49, 193.
6. Kravis, V. B. (1968). Functional Share. In "Income Distribution." *International Encyclopedia of the Social Sciences*. Ed. David Sills. Vol. 7. New York: Macmillan, 1968.
<http://find.galegroup.com/gic/infomark.do?&source=gale&idigest=fb720fd31d9036c1ed2d1f3a0500fcc2&prodId=GIC&userGroupName=itsbtrial&tabID=T001&docId=CX3045000561&type=retrieve&contentSet=EBKS&version=1.0>
7. Leandro Prados de la Escosura and Joan R. Rosés (2003) "Wages and labor income in history: a survey". Working Papers in Economic History wh031006, Universidad Carlos III, Departamento de Historia Económica e Instituciones.
<http://ideas.repec.org/p/cte/whrepe/wh031006.html>
8. McFadden, D. L. (1978). Cost, Revenue, and Profit Functions. Chapter I.1 in Fuss, M. and McFadden, D. L. (eds.) "Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications", vol. I: The Theory of Production.
<http://elsa.berkeley.edu/~mcfadden/prodecon1.html>
9. Moore G. H. (1961). Business Cycle Indicators. Princeton, The National Bureau of Economic Research, *Studies in Business Cycles*, No.11.
<http://www.nber.org/books/moor61-2>
10. Pushnoi, G. S. (2010). Crisis as Reconfiguration of the Economic Complex Adaptive System. AAAI Symposium Series; AAAI Fall CAS Symposium; USA.
<http://aaai.org/ocs/index.php/FSS/FSS10/paper/view/2234>
11. Shephard, R. W. (1953). Cost and Production Functions. Princeton. NJ: Princeton University Press.
12. Solow R. M. (1957). Technical Change and Aggregate Production Function. *Review of Economics and Statistics*, vol. 39, N.3, pp. 312 – 320. MIT Press.
<http://www9.georgetown.edu/faculty/mh5/class/econ489/Solow-Growth-Accounting.pdf>