Решение проблемы трансформирования стоимостей в цены производства в модели простого воспроизводства с тремя подразделениями – II[1].

Автор: Пушной Григорий Сергеевич.

Дата: Август 2014 - Март 2015.

E-mail: gpushnoi@mail.ru

АННОТАЦИЯ.

Данная статья является продолжением одноимённой статьи Пушной (2011).

В первой части данной статьи доказывается, что нетривиальные условия баланса, при которых, как было доказано в нашей первой статье, существует решение задачи трансформирования в модели экономики простого воспроизводства с тремя департаментами (Модель-1) в постановке Владислава Борткевича, являются не только достаточными, но и необходимыми условиями существования решения в этой модели. Дано общее решение задачи трансформирования в модели Маркса (Модели-2). В этой модели выполнение нетривиальных условий баланса не является необходимым условием для существования решения. В Модели-2 возможны решения, не удовлетворяющие нетривиальным условиям баланса. Доказано, что выполнение нетривиальных условий баланса в Модели-2 математически эквивалентно предположению, согласно которому потребление жизненных средств капиталистами можно рассматривать как оплату их труда по управлению производством. Приведено решение задачи «обратного трансформирования» (из цен производства в стоимости) для Модели-1. Доказано, что задача «обратного трансформирования» имеет решение лишь при условии симметрии матрицы общественного воспроизводства (в ценах производства). Тем самым, доказано, что необходимым и достаточным условием существования решения проблемы трансформирования в Модели-1 является симметрия матрицы общественного воспроизводства (в ценах производства).

***Во второй части* статьи** дана постановка задачи трансформирования в матричной форме для случая экономики с произвольным числом отраслей и приведён алгоритм сведения её к Модели-1. Приведены результаты расчётов, выполненных в программе Mathematica 8.1, из которых следует, что постановка задачи трансформирования Владислава Борткевича соответствует случаю экономики с бесконечно большим числом отраслей. Расчёты показывают, что, если коэффициенты обобщённой матрицы Леонтьева (включающей расходы по реальной оплате рабочей силы) моделировать в виде равномерно распределённой случайной величины, то матрицы общественного воспроизводства в модели-1 в стоимостях и в ценах производства стремятся стать равными и симметричными при увеличении числа отраслей в экономике. Доказывается, что, если коэффициенты матрицы прямых затрат распределены по определённому статистическому закону, и прямые затраты труда также распределены по определённому (не обязательно такому же) статистическому закону, то увеличение числа отраслей (в пределе до бесконечности) приводит к ситуации, когда обмен по ценам производства и обмен по стоимостям в Модели-1 полностью совпадают. Рассмотрены статистические данные по экономикам США и Японии, указывающие на существование таких статистических законов. Рассмотрены возможные экономические причины условий симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства в ранней и в развитой капиталистической экономике.

[1] Автор выражает благодарность участникам Форума «Социнтегрум» за их критические замечания в ходе обсуждения основных идей данной статьи.

Solution of Transformation Problem in Three-Departments Model of Simple Production - II.

Author: Grigorii S. Pushnoi.
E-mail: gpushnoi@yahoo.com

ABSTRACT.

This paper develops the results of our previous paper Pushnoi (2011).
The first part of this paper contains the proof that symmetry of matrix of social reproduction (in prices of production) in the Model-1 is necessary and sufficient condition for the existence of realistic ( ) solution of "transformation problem" in this Model. The general solution of "transformation problem" in the Model-2 is proposed. It is proved that symmetry of matrix of social reproduction (in prices of production) in the Model-2 can be interpreted as participation of capitalists (as managers) in creation of new value. If we consider capitalists' consumption of "subsistence goods" as their "wage" then transformation of values into prices of production in the Model-2 give us symmetric matrix of social reproduction (in prices of production).
The second part contains the general (matrix) formulation of "transformation problem" for the economy of simple reproduction with multitude of industries. Algorithm of transformation of this general model of economy into the model of economy with three departments (Model-1) is proposed. We argue that Bortkiewicz's formulation of "marxian transformation problem" corresponds to the case when the number of industries tends to infinity. Our computations in the program "Mathematica" demonstrate that symmetry of matrix of social production in prices of production (in the Model-1) can be consequence of some statistically plausible properties of Leontief matrix and vector of labor direct expenditures per unit of output. We argue that the existence of some universal statistical distributions for elements of Leontieff matrix and for components of vector of direct labor is the cause of symmetry of reproduction matrix in the Model-1. Stylized economic data ('input-output coefficients' matrices and direct labor coefficients) for the economy of the USA and Japan indicate onto the existence of these statistical distributions. Some historical and logical arguments concerning the possible causes of symmetry of matrix (in "prices of production") are discussed.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

ПРЕДИСЛОВИЕ.

Данная статья дополняет и развивает результаты, изложенные в моей статье «Решение проблемы трансформирования стоимостей в цены производства в модели простого воспроизводства с тремя подразделениями» (Пушной (2011)). Данная статья уже была написана и отправлена для размещения на Форуме «Социнтегрум», когда в ходе обсуждения проблемы трансформирования на этом Форуме[2], стало ясно, что **постановка Борткевичем (1907) проблемы трансформирования в модели простого воспроизводства с тремя подразделениями является нереалистичной для экономики с конечным числом отраслей производства.** Стало ясно, что все исследования по проблеме трансформирования, использующие эту постановку задачи применимы или 1) в особом мало реалистичном случае экономики специфической структуры с конечным числом отраслей или 2) в предельном случае экономики с бесконечно большим числом отраслей.

Суть проблемы состоит в следующем. В постановке Владислава Борткевича, если брать экономику с конечным числом отраслей, производимые в первом подразделении средства производства поглощаются всем тремя подразделениями таким способом, что каждое подразделение закупает набор средств производства, который пропорционален набору выпуска средств производства первого подразделения. То же относится и к закупаемым предметам потребления, которые потребляются рабочими разных секторов в таком же структурном составе, в каком эти предметы потребления производятся вторым подразделением. Лишь в этом случае коэффициенты изменения цен на средства производства (и предметы потребления) при трансформировании будут одинаковы во всех трёх подразделениях. Владислав Борткевич предположил, не сформулировав это явным образом, что при трансформировании цена на средства производства в разных подразделениях меняется в одном и том же отношении:

$$\underbrace{x_1}_{\substack{\text{индекс изменения}\\ \text{цен на средства}\\ \text{производства}\\ \text{в I-ом подразделении}}} = \underbrace{x_2}_{\substack{\text{индекс изменения}\\ \text{цен на средства}\\ \text{производства}\\ \text{во II-ом подразделении}}} = \underbrace{x_3}_{\substack{\text{индекс изменения}\\ \text{цен на средства}\\ \text{производства}\\ \text{в III-ем подразделении}}} = \underbrace{x}_{\substack{\text{индекс изменения}\\ \text{цен выпуска средств}\\ \text{производства}\\ \text{в I-ом подразделении}}} \qquad \text{(I)}$$

Но эти равенства выполняются в экономике с **конечным** числом отраслей, только если каждое подразделение покупает набор средств производства, имеющий такую же структуру, как и структура выпуска средств производства, производимых первым подразделением. Если, например, первое подразделение производит продукцию трёх видов в структурном соотношении: 1000 единиц 1 + 500 единиц 2 + 100 единиц 3, то равенство (I) индексов изменения цен при трансформировании будет выполняться, только если все подразделения будут закупать наборы, пропорциональные набору выпуска средств производства. Каждое подразделение, согласно этому предположению, может закупать лишь наборы средств производства, пропорциональные вектору $\{1000;500;100\}$, например: 100 единиц 1 + 50 единиц 2 + 10 единиц 3 или 300 единиц 1 + 150 единиц 2 + 30 единиц 3 и т.д. Лишь в этом случае неодинаковое (при трансформировании) изменение цен на средства производства разного вида (1, 2 и 3) приведёт к одинаковым индексам роста цен на покупаемые разными подразделениями наборы средств производства. Очевидно, что в реальной экономике это условие почти никогда не выполняется. Покупаемые разными подразделениями наборы средств производства имеют разные структуры, отличающиеся в общем случае от структуры выпуска средств производства, а значит, индексы

---

[2] Смотри материалы темы «Проблема трансформирования стоимостей в цены производства»: http://www.socintegrum.ru/forum/viewtopic.php?f=19&t=38&view=unread#unread

изменения цен на эти структурно разные наборы будут отличаться и предположение (I) не будет выполняться.

Аналогично, то же самое можно сказать и об индексах изменения цен при трансформировании на предметы потребления рабочих разных подразделений. Владислав Борткевич предполагал, что эти индексы тоже одинаковы:

$$\underbrace{y_1}_{\substack{\text{индекс изменения}\\ \text{цен на предметы}\\ \text{потребления рабочих}\\ \text{в I-ом подразделении}}} = \underbrace{y_2}_{\substack{\text{индекс изменения}\\ \text{цен на предметы}\\ \text{потребления рабочих}\\ \text{во II-ом подразделении}}} = \underbrace{y_3}_{\substack{\text{индекс изменения}\\ \text{цен на предметы}\\ \text{потребления рабочих}\\ \text{в III-ем подразделении}}} = \underbrace{y}_{\substack{\text{индекс изменения}\\ \text{цен выпуска предметов}\\ \text{потребления}\\ \text{во II-ом подразделении}}} \tag{II}$$

Это предположение означает, что рабочие разных подразделений покупают набор предметов потребления с той же структурой, с какой предметы потребления производятся вторым подразделением. Данное утверждение хотя и более реалистично, но тоже является огрублением реальности. Хорошо известно, что потребности людей зависят от особенностей выполняемого ими труда и, как следствие, набор покупаемых рабочими товаров будет отражать качественные особенности их труда и, значит, не будет структурно одинаковым у рабочих разных подразделений. Если, например, в одном из подразделений применяется в основном физический труд, а в другом подразделении - высокий процент умственного труда, то потребности рабочих этих подразделений будут различаться. Тяжёлый физический труд предполагает больше затрат на восстановление физических сил: например, покупку мясопродуктов в большем объёме. Умственный труд этого не требует, но зато возникает потребность в покупке книг и т.д. В общем случае наборы предметов потребления рабочих разных подразделений будут иметь разные структуры и свойство (II) будет выполняться лишь приближённо.

Таким образом, постановка задачи трансформирования в модели Владислава Борткевича (1907), если брать случай экономики с конечным числом отраслей, предполагает, что потребляемые разными подразделениями наборы средств производства и предметов потребления имеют тот же структурный состав, что и наборы выпусков первого и второго подразделений соответственно. Лишь в этом частном случае будут выполняться равенства (I)-(II). Такую постановку задачи для экономики с конечным числом отраслей нельзя считать реалистичной.

Реалистичная постановка задачи трансформирования в Модели-1 с самого начала должна исходить из матричной формулировки данной задачи, в которой экономика представлена как система производства с множеством отраслей, которые можно разбить на три группы: отрасли производящие средства производства (составляют первое подразделение), отрасли, производящие предметы потребления рабочих (составляют второе подразделение) и отрасли, производящие предметы потребления капиталистов (третье подразделение). Стоимости можно посчитать, зная матрицу Леонтьева и вектор прямых затрат живого труда. Цены производства можно определить, решая соответствующие уравнения для вектора цен. Выбрав константу нормировки цен производства так, чтобы совокупная прибавочная стоимость была равна совокупной прибыли, можно удовлетворить одному из условий трансформирования, тогда как второе условие, вообще говоря, выполняться не будет. Решив задачу в матричной постановке, можно представить это решение в форме модели с тремя подразделениями – Модели-1. Такие расчёты были выполнены в программе "Mathematica 8.1". Результаты расчётов даны во второй части этой статьи. Одним из фундаментальных результатов этих расчётов является следующий вывод: **с ростом числа отраслей в экономике, равенства (I)-(II) выполняются всё точнее и точнее. То есть общая реалистичная постановка задачи трансформирования (в матричной форме) переходит в постановку Борткевича, если число отраслей становится достаточно большим.** Поэтому постановку Борткевича можно рассматривать как предельный случай общей реалистичной (матричной) постановки задачи трансформирования, который получается в пределе экономики с бесконечно-большим числом отраслей.

Другой фундаментальный результат решения задачи трансформирования в матричной постановке состоит в том, что элементы матрицы простого воспроизводства в модели трёх подразделений (Модели-1) для экономики с большим числом отраслей нельзя задавать, исходя лишь из условий баланса простого воспроизводства. Значения этих элементов (в Модели-1) зависят от структуры матриц Леонтьева, описывающих производство в разных подразделениях. Можно выделить два блока таких матриц:

Блок-1: матрицы $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$, описывающие затраты продукции первого подразделения (средств производства) на производство единицы продукции первого, второго и третьего подразделений соответственно,

Блок-2: матрицы $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$, описывающие потребление предметов потребления (в натуральной форме) рабочими разных подразделений, из расчёта оплаты за труд, который необходим для производства единицы продукции.

Объединение этих двух блоков в единую матрицу будем называть **«обобщённой матрицей Леонтьева».** Такая матрица суммирует в себе всю информацию о материальных затратах подразделений на производство единицы продукции: одна часть этих затрат состоит из средств производства, другая часть – из предметов потребления рабочих, потребление которых оплачивается капиталистом точно так же, как потребление электроэнергии, сырья или угля.

Расчёты показывают, что, если элементы матриц Леонтьева $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ задаются как случайная равномерно распределённая величина от нуля до некоторого определённого значения (константа равномерного распределения), и если это верно также и для элементов матриц $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$ (при этом константа равномерного распределения может отличаться), то, с ростом числа отраслей, матрицы общественного воспроизводства в стоимостях и ценах производства Модели-1 становятся симметричными и равными. При этом стоимости и цены производства продукции каждого подразделения стремятся стать равными при увеличении числа отраслей. В этом случае будут выполняться оба правила трансформирования, а стоимости и цены производства *выпусков подразделений* будут равны. Переход от общей матричной постановки задачи к Модели-1 с тремя подразделениями даёт для элементов матрицы простого воспроизводства Модели-1 математические выражения в виде двойных сумм (билинейных форм) типа $\sum_{i;k} p_k a_{ki} X_i$. Каждое слагаемое в этих суммах является произведением компонент векторов цен (на средства производства или предметы потребления) $\vec{p}$, элементов a_{ki} одной из указанных выше матриц $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ или $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$ и компонент векторов выпуска одного из трёх подразделений $\vec{X}$. Например, элемент V_1 матрицы воспроизводства в ценах производства для Модели-1 равен $V_1 = \sum_{i;k} p_k^{(II)} a_{ki}^{(II;I)} X_i^{(I)}$. По этой причине значения элементов матрицы воспроизводства в Модели-1 зависят от средних значений компонент векторов и от средних значений элементов матриц, входящих в соответствующуюдвойную сумму. Средние значения этих величин в свою очередь, зависят от статистического закона, которому они подчинены. Органические строения подразделений оказываются пропорциональны отношению средних значений элементов матриц $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ к сридним значениям элементов матриц $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$.

$$k_I \equiv C_I : V_I \sim \frac{M\left[A_{I;I}\right]}{M\left[A_{II;I}\right]} \quad (339)$$

$$k_{II} \equiv C_{II} : V_{II} \sim \frac{M\left[A_{I;II}\right]}{M\left[A_{II;II}\right]} \quad (340)$$

$$k_{III} \equiv C_{III} : V_{III} \sim \frac{M\left[A_{I;III}\right]}{M\left[A_{II;III}\right]} \quad (341)$$

Чтобы определить статистический закон распределения элементов матриц, входящих в формулы (339)-(341), были рассмотрены статистические данные для экономик США и Японии. Расчёты показывают, что компоненты матриц прямых затрат $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$ распределены по обратно-степенному закону $N = Const \cdot a^{-n}$ с близкими для разных исходных данных значениями параметров данного распределения ($Const$ и n). По этой причине средние значения элементов каждой из трёх матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$ будут почти равны в экономике с очень большим числом отраслей. Распределение элементов матриц $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$ будет зависеть от распределения прямых затрат живого труда на производство единицы продукта. Расчёты показывают, что если считать оплату труда пропорциональной затратам труда, то затраты труда на производство единицы продукта хорошо описываются нормальным законом распределения с почти одинаковыми средними значениями для данных экономик США и Японии. По этой причине средние значения элементов каждой из трёх матриц тоже будут равны при большом числе отраслей в экономике.

Эти два результата статистического анализа: 1) равенство средних значений элементов матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$ и 2) равенство средних значений элементов матриц $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$ - приводят к равенству органических строений капитала трёх подразделений Модели-1, при котором обмен по стоимости и обмен по ценам производства совпадают. Таким образом, действие статистических закономерностей распределяет элементы матриц таким образом, что после перехода от общей матричной постановки задачи к виду Модели-1 органические строения всех трёх подразделений оказываются одинаковы, а стоимость и цена производства продукции каждого из трёх подразделений оказываются равны. Данный вывод основывается на проведённом статистическом анализе данных для экономик США и Японии. Этот результат, конечно, не является окончательным. Необходима дополнительная проверка этого результата (о равенстве средних значений элементов матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$ и средних значений элементов матриц $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$) по предельно детализированным данным экономик разных стран.

Таким образом, постановка Владислава Борткевича задачи трансформирования нереалистична, если рассматривать экономику с конечным числом отраслей – в этом случае условия (I)-(II) означают, что каждое подразделение потребляет средства производства и предметы потребления в виде некоторых долей выпуска первого и второго подразделения. Структуры потребляемых наборов в этом случае совпадают со структурой выпуска соответствующего подразделения экономики. Другая возможность сделать реалистичной постановку задачи трансформирования у Владислава Борткевича – это считать, что экономика имеет бесконечно много отраслей. В этом предельном случае выполняются условия (I)-(II). Но в этом случае значения элементов матрицы общественного воспроизводства в модели трёх подразделений зависят от статистических распределений значений элементов матриц

$A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$ и $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$, что накладывает ограничения на произвол выбор элементов матрицы общественного воспроизводства Модели-1. В частности, если брать данные США и Японии, то эти элементы этих матриц распределяются таким образом, что, после перехода к матрице Модели-1, органические строения всех трёх подразделений будут почти одинаковы, а сама матрица воспроизводства Модели-1 будет почти симметрична.

Материал структурирован следующим образом.

Первая часть данной статьи посвящена решению задачи трансформирования в постановке Борткевича. **Введение (глава I**) содержит общее обсуждение рассматриваемых проблем. **Глава II** содержит доказательство единственности решения проблемы трансформирования в Модели-1 в виде симметричных матриц общественного воспроизводства в ценах производства. Доказывается, что условие симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства в Модели-1 является необходимым условием для существования решения задачи трансформирования в этой модели. **Глава III** содержит решение задачи трансформирования в Модели-2. Общее решение задачи трансформирования в этой модели возможно и без наложения нетривиальных условий баланса. Таким образом, для Модели-2 нетривиальные условия баланса являются достаточным, но не являются необходимым условием существования решения. **Глава IV** раскрывает экономический смысл выполнения нетривиальных условий баланса в Модели-2. Доказывается, что если рассматривать расходы капиталистов на преобретение жизненных средств как оплату их труда по управлению производством, то нетривиальные условия баланса будут выполняться и в Модели-2. В **главе V** дано решение задачи «обратного трансформирования» цен производства в стоимости внутри Модели-1. Доказывается, что реалистичное решение задачи обратного трансформирования при условиях (I)-(II) существует тогда и только тогда, когда матрица общественного воспроизводства в ценах производства симметрична, а значит, выполнены нетривиальные условия бланса. **Глава VI** содержит решение задачи о нахождении технологических коэффициентов, цен производства и выпусков продукции по матрице общественного воспроизводства Модели-1 (в ценах производства) при условиях (I)-(II).

Вторая часть содержит общую матричную постановку задачи трансформирования в экономике с множеством отраслей. Дан алгоритм приведения этого общего случая к виду Модели-1 экономики с тремя подразделениями. Приведены и проанализированы результаты расчётов, выполненных в пакете Mathematica 8.1. В **главах XII и XIII** собраны аргументы (логические и исторические), обосновывающие вероятное выполнение условий симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства в ранней и в развитой капиталистической экономике. **Глава XIV** содержит результаты статистического анализа данных для экономик США и Японии, указывающих на равенства средних значений элементов матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$ и на равенство средних значений элементов матриц $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$, из которых следует равенство органических строений капитала трёх подразделений в Модели-1. В **Дополнении II** дан ответ на критику в статье Калюжный (2014). **Дополнение III** содержит описание источников данных, использованных при расчётах в главе XIV, и алгоритма расчёта.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

Проблема трансформирования при условии выполнения равенств Борткевича (I)-(II).

I. ВВЕДЕНИЕ.

В 2011 г. была опубликована статья «Решение проблемы трансформирования стоимостей в цены производства в модели простого воспроизводства с тремя подразделениями» (Пушной (2011)). В России статья вызвала критические возражения[3], основным лейтмотивом которых были возражения против использованных в статье «нетривиальных условий баланса», при которых матрица общественного воспроизводства (выраженная в ценах производства) симметрична. Действительно, условия простого воспроизводства в общем виде не требуют обязательного выполнения «нетривиальных условий баланса» матрицы общественного воспроизводства (выраженной через цены производства), а значит, не требуют обязательного выполнения условий симметрии этой матрицы. В то же время сам Маркс во втором томе «Капитала» в главе XX при рассмотрении проблемы реализации общественного продукта, иллюстрируя этот процесс числовым примером, использовал симметричную матрицу общественного воспроизводства, предполагая тем самым (неявно), что «нетривиальные условия баланса» должны выполняться. Сейчас уже невозможно установить, было ли это осознанной позицией великого экономиста или упрощающим предположением, но факт остаётся фактом – в числовом примере Маркса была использована симметричная матрица общественного воспроизводства.

В статье Пушной (2011) было доказано, что наложение этих «нетривиальных условий баланса» позволяет решить проблему трансформирования внутри модели с тремя подразделениями: «средства производства», «предметы потребления рабочих», «предметы потребления капиталистов» (роскошь) – Модель-1. Был найден математический алгоритм решения, но не была доказана единственность этого решения. Было доказано, что «нетривиальные условия баланса» являются достаточным условием существования решения задачи трансформирования, но при этом не было доказано, что они являются также необходимым условием существования решения. В Дополнении IV к той статье задача трансформирования внутри Модели-1 была сформулирована в общем виде. Там были получены два условия совместности системы уравнений, дающих решение этой задачи. Но нам тогда не удалось доказать, что ВСЕ возможные решения проблемы трансформирования в данной модели приводят к СИММЕТРИЧНЫМ матрицам общественного воспроизводства, удовлетворяющим «нетривиальным условиям баланса»[4]. Всё, что тогда удалось сделать (Дополнение IV той статьи) – это проверить, что это действительно так на большом количестве числовых примеров.

[3] Смотри полемику на Форуме «Социнтегрум» в теме: «Проблема трансформирования стоимостей в цены производства» (начиная с 22 августа 2011): http://www.socintegrum.ru/forum/viewtopic.php?f=19&t=38&start=780

[4] Одним из критических аргументов, высказанных в ходе дискуссии на Форуме «Социнтегрум» постоянным участником, специалистом по проблеме трансформирования, Валерием Васильевичем Калюжным, было указание на то, что полученное нами решение обладает тем же математическим свойством, что и уже известное решение Sweezy (1942), при котором стоимостное органическое строение третьего подразделения совпадает со средним стоимостным органическим строением всей экономики. Это действительно так, и данное свойство стоимостной матрицы явным образом было зафиксировано в нашей статье (формула (23), стр.16, русский вариант статьи). Однако это «свойство» рассматривается в нашей статье лишь как одна из возможных математически-эквивалентных формулировок достаточного условия существования решения задачи трансформирования. В качестве математически-эквивалентной формулировки данного «свойства» в статье были рассмотрены «нетривиальные условия баланса», при которых матрица общественного воспроизводства в Модели-1 становится симметричной. Акцент в статье был сделан на анализе условий симметрии этой матрицы и обсуждении экономического смысла и реалистичности данного свойства. Впервые, насколько нам известно, была дана схема полного стоимостного анализа задачи текущего трансформирования с использованием двух стоимостных форм: “labor cost” и “labor commanded”. Впервые были получены общие математические выражения для

Процитируем результат:

«Поскольку в аналитическом виде решить задачу не удаётся…, то мы исследовали возможные решения системы 1)-3) численно. Оказалось, что как бы мы ни выбирали допустимые условиями совместности коэффициенты системы, решения могут быть только двух типов: 1) либо цены производства просто совпадают со стоимостями и тогда трансформировать не нужно вообще, 2) либо потоковая матрица симметрична…» (Пушной (2011), стр. 88).

Доказательство данного утверждения впервые приведено в **главе II** данной статьи. Математически доказывается (**глава II**), что трансформирование стоимостей в цены производства внутри Модели-1 (в постановке Борткевича), при условиях $C_i;V_i;m;r>0$, ВСЕГДА приводит к симметричным матрицам общественного воспроизводства в ценах производства. Доказывается также (**глава V**), что решение задачи обратного трансформирования цен производства в стоимости существует, только если матрица общественного воспроизводства в ценах производства симметрична. Таким образом, условия симметрии («нетривиальные условия баланса») матрицы общественного воспроизводства (выраженной в ценах производства) являются необходимыми и достаточными условиями существования решения проблемы трансформирования в Модели-1. Эти условия **достаточны** для решения задачи трансформирования, поскольку при этих условиях, как доказано в нашей первой статье (Пушной (2011)), выполняются оба правила трансформирования Маркса. Эти условия **необходимы** для решения задачи трансформирования, поскольку, как доказано в **главах II и V** этой статьи, решение прямой и обратной задачи текущего трансформирования существует, только если матрица общественного воспроизводства в ценах производства симметрична.

В связи с этим возникает вопрос об экономическом смысле условий симметрии матрицы общественного воспроизводства. Если процесс трансформирования не является всего лишь теоретической проблемой, то каким образом в реальной экономике достигается (или достигалось в период первоначальной трансформации, если рассматривать проблему исторической трансформации) условие симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства? Действительно ли для такого условия симметрии существуют (существовали?) экономические причины или данное предположение – лишь теоретическая выдумка.

Если бы в реальной экономике условие симметрии матрицы общественного воспроизводства, выраженной в ценах производства, не выполнялось в эпоху, предшествовавшую капитализму, то первоначальное трансформирование стоимостей в цены производства было бы невозможно. С другой стороны, если бы условие симметрии этой матрицы не выполнялось внутри капиталистической экономики, то и текущая трансформация стоимостей в цены производства также становится невозможна. Таким образом, симметрия матрицы общественного воспроизводства в ценах производства является тем характерным признаком, который позволяет сделать вывод о соответствии **трудовой теории стоимости (ТТС)** Маркса (в той интерпретации, которая сейчас общепринята среди теоретиков марксизма) экономическим фактам. Одно из двух: либо матрица общественного воспроизводства в ценах производства в Модели-1 симметрична – и тогда трансформирование возможно, а значит, факты не противоречат выводам ТТС; либо матрица общественного воспроизводства в в ценах производства не симметрична – и тогда общепринятая сейчас интерпретация ТТС Маркса не соответствует реальности[5].

стоимостнгых структур (Таблица 6, стр. 17, русский вариант), при которых задача текущего трансформирования имеет решение.

[5] Существующая версия ТТС опирается на предположение о совпадении «абстрактно-всеобщего труда», количество которого определяет стоимости товаров, и «труда в физиологическом смысле». ТТС, основаную

Реалистичность самой Модели-1 , представляющей экономику в виде трёх подразделений, осуществляющих простое воспроизводство, едва ли может быть поставлена под сомнение. Хотя в реальной экономике производство, как правило, осуществляется в расширенном масштабе, ясно, что, если задача трансформирования имеет решение при любой положительной норме роста экономики, то она должна иметь решение и при нулевой норме роста – в предельном случае, когда положительная норма роста стремится к нулю. На практике сложно разбить все отрасли экономики на три подразделения, то есть представить экономику в виде Модели-1. Для этого необходима полная информация о структуре расходования зарплаты рабочих и прибыли капиталистов. Но, если бы удалось собрать такую информацию, можно было бы привести экономику к виду Модели-1. Таким образом, Модель-1 следует рассматривать как реалистичную модель реальной экономики с нормой роста, стремящейся к нулю. Тот факт, что задача трансформирования в этой модели имеет решение лишь при симметричной матрице общественного воспроизводства в ценах производства, означает либо существование каких-то скрытых механизмов, благодаря которым достигается это условие симметрии в реальной экономике, либо это означает, что ТТС в её общепринятой интерпретации несовместима с фактами.

Существует ещё один путь выхода из этого затруднения – это переформулировать одно из правил трансформирования таким образом, чтобы решение задачи существовало при произвольных сбалансированных (не обязательно симметричных) матрицах общественного воспроизводства в ценах производства. По этому пути пошли экономисты, предложившие так называемое “new solution” – новое решение, в котором правило трансформирования о равенстве стоимости и цены производства валового выпуска продукции подменяется ДРУГИМ правилом равенства стоимости и выпуска чистого (конечного) продукта. Едва ли можно принять подобную трактовку. Приведём некоторые аргументы, указывающие на недопустимость такой интерпретации экономической теории Маркса.

Маркс в главе 9 третьего тома «Капитала», поясняя на числовом примере трансформирование стоимостей в цены производства, пишет о равенстве стоимости и цены производства ВАЛОВОГО выпуска, а не одной лишь его части – конечного продукта:

«Допустим, что… пять различных капиталов I–V принадлежат одному лицу. Количество переменного и постоянного капитала, потреблённое в производстве товаров на каждую сотню вложенного в дело капитала, здесь дано для каждого предприятия I–V, и эта часть стоимости товаров I–V, само собой разумеется, часть их цены, так как эта цена необходима для возмещения авансированной и потреблённой части капитала. Таким образом, эти издержки производства различны для каждого рода товаров I–V и как таковые должны быть фиксированы владельцем. Что же касается различных масс прибавочной стоимости, или прибыли, произведённых на предприятиях I–V, то капиталист мог бы рассматривать их как прибыль на весь свой авансированный капитал, так что на каждую сотню капитала пришлась бы соответствующая часть всей этой прибыли. Следовательно, издержки производства товаров на каждом из предприятий I–V были бы различны; но у всех этих товаров оказалась бы равной та часть продажной цены, которая образуется присоединяемой к издержкам производства прибылью на каждую сотню капитала. Общая цена товаров I—V равнялась бы, таким образом, общей их стоимости, т. е. сумме издержек производства I–V плюс сумма прибавочной стоимости, или прибыли, произведённой в I–V; следовательно, на деле общая их

на этом отождествлении, мы называем «стандартная версия ТТС». В то же время ТТС Маркса может быть развита совершенно иным образом, в другую теоретическую систему, внутри которой проблема трансформирования не возникает вообще.

цена была бы денежным выражением совокупного количества труда как прошлого, так и вновь присоединённого*, заключающегося в товарах I–V. Подобным же образом* ***в масштабе общества, — если рассматривать все отрасли производства как одно целое, — сумма цен производства произведённых товаров равна сумме их стоимостей****» (Маркс, том.3, гл.9).*

Свой числовой пример сфер производства Маркс сравнивает с «отделами хлопчатобумажной фабрики», то есть рассматривает их как **технологически взаимосвязанные** сферы производства, производящие не только конечный продукт (предметы потребления и роскошь), но и средства производства.

«Возьмём, к примеру, пять различных сфер производства с различным органическим строением вложенных в них капиталов. Мы получаем здесь для различных сфер производства при одинаковой степени эксплуатации труда весьма различные нормы прибыли, соответственно различному органическому строению капиталов. Общая сумма капиталов, вложенных в пять сфер, = 500; общая сумма произведённой ими прибавочной стоимости = 110; общая стоимость произведённых ими товаров = 610. ***Рассмотрим 500 как единый капитал, по отношению к которому капиталы I–V являются только отдельными частями (как, например, это имеет место на хлопчатобумажной фабрике, в различных отделах которой — кардном, приготовительном, прядильном, ткацком — существует различное отношение между постоянным и переменным капиталом и среднее отношение для всей фабрики получается только путём вычисления****)» (Маркс, том.3, гл.9).*

Но очевидно, что раз даётся сравнение сфер производства с отделами единой фабрики, рассматриваемые Марксом сферы производства не могут производить лишь конечный продукт (предметы потребления и роскошь). Сферы производства у Маркса производят также и средства производства. Как на ткацкой фабрике лишь последний отдел – ткацкий – производит ткань (конечный продукт), а все остальные отделы (кардный, приготовительный, прядильный) производят НЕ конечный продукт, а полуфабрикат – точно так же и сферы производства в числовом примере Маркса производят не только конечный продукт (предметы потребления и роскошь), но и средства производства. Ещё одним доказательством этого служит следующее рассуждение Маркса:

«Возьмём, например, какой-либо товар A; пусть в издержки его производства входят прибыли от B, C, D, а в издержки производства B, C, D, в свою очередь, входит прибыль от A. Производя вышеуказанный подсчёт, мы не будем прибыль от A причислять к его собственным издержкам производства, и точно так же прибыли от B, C, D и т. д. не войдут в их собственные издержки производства. Никто не причисляет своей собственной прибыли к издержкам своего производства. И, следовательно, если имеется, например, n отраслей производстваи в каждой из них прибыль равна p, то издержки производства всех их вместе взятых = k − np. Рассматривая весь расчёт в целом, мы находим таким образом, что ***прибыли одной сферы производства, поскольку они входят в издержки производства другой сферы****, уже учитываются здесь как составная часть общей цены окончательного продукта и не могут снова появиться в графе прибылей. Если же они появляются в этой графе, то только потому, что данный товар сам есть окончательный продукт и, следовательно, его цена производства не входит в издержки производства какого-либо другого товара» (Маркс, том.3, гл.9) .*

Если сферы производства в примере Маркса производят лишь конечный продукт, то прибыли этих сфер производства никак не могут входить в состав издержек производства других сфер производства. Следовательно, в своём примере Маркс рассматривает сферы производства не только конечного, но и промежуточного продукта, не только сферы производства, производящие предметы потребления и роскошь, но и сферы производства, производящие средства производства. «Новое решение» не соответствуют приведённым выше рассуждениям Маркса. Если сферы производства в числовом примере Маркса производят не только конечный продукт, но и средства производства, то равенство сумм цен производства и стоимостей будет относиться к валовому выпуску продукции, включающему в себя не только жизненные средства («окончательные продукты», как их называет Маркс), но и промежуточные продукты – средства производства.

Идея «новой интерпретации» одного из правил трансформирования Маркса (приравнивать стоимость и цену производства конечного продукта, а не валового) возникла в результате своеобразного прочтения тех мест, где Маркс описывает процедуру устранения двойного счёта при расчёте совокупного общественного продукта, произведённого «единым капиталом»:

«Если в издержки производства товара входит сумма = р, составляющая прибыль производителей средств производства, и если на эти издержки производства набавляется прибыль, равная p_1, то общая прибыль будет Р = р + p_1. Общая сумма издержек производства товара, абстрагированная от всех элементов цены, приходящихся на прибыль, равняется его собственным издержкам в данной сфере производства без р. Если мы эти издержки производства назовём k, то, очевидно, k + Р = k + р + p_1. При исследовании прибавочной стоимости в «Капитале», кн. I, гл. VII, 2, стр. 182 и сл. [55] *мы видели, что продукт каждого капитала можно рассматривать таким образом, что одна часть его только возмещает капитал, тогда как другая выражает лишь прибавочную стоимость. Применяя этот расчёт к совокупному продукту общества, необходимо сделать соответственные поправки, так как по отношению ко всему обществу в целом прибыль, заключающаяся, например, в цене льна, не может фигурировать дважды: один раз — как часть цены полотна и другой раз — как прибыль производителя льна». (Маркс, том.3, гл.9).*

Данное место следует толковать как процедуру агрегирования многих отдельных капиталов, вложенных в разные сферы производства, в один совокупный капитал, как расшифровку сделанного ранее рассуждения о «***едином капитале, по отношению к которому капиталы I–V являются только отдельными частями».*** Что такое прибыль и издержки производства этого *«единого капитала»* - это и есть тот вопрос, который Маркс здесь рассматривает. Прибыль такого *«единого капитала»* – это сумма прибылей всех отдельных капиталов, а издержки *«единого капитала»* надо уменьшить на сумму прибылей капиталистов, производящих средства производства, поскольку, раз речь идёт о всём классе капиталистов, *«никто не причисляет своей собственной прибыли к издержкам своего производства».* Маркс понимает, что *«единый капитал»,* сконструированный из множества отдельных капиталов, вложенных в разные сферы производства, отличается от простой суммы отдельных капиталов. На самом деле такой *«единый капитал»* есть искусственная конструкция, поскольку в реальности между отдельными капиталами существуют отношения жёсткой конкуренции. Экономическими агентами, принимающими решения, являются именно отдельные капиталисты, а не «классы» и даже не союзы капиталистов. Хотя такие союзы возникают (с целью, путём взаимных согласований, обеспечить всем членам союза максимум прибыли), ограничения, накладываемые такими внерыночными отношениями на поведение отдельных капиталистов, являются временными и легко преодолеваются, как только они начинают мешать отдельным капиталистам делать свою прибыль. Хотя Маркс вводит такое понятие как *«единый капитал»,* он прекрасно понимает, что этому понятию нельзя придавать статус самостоятельного капитала, статус самостоятельного экономического агента. Маркс пишет:

*«Рассмотрим **500 как единый капитал**, по отношению к которому капиталы I–V являются только отдельными частями… В этом случае среднее строение капитала 500 было бы = $390_c + 110_v$, или в процентах $78_c + 22_v$. Строение каждого из капиталов в 100, рассматриваемого лишь как $^1/_5$ всего капитала, было бы этим средним строением $78_c + 22_v$; равным образом на каждые 100 единиц приходилось бы 22 единицы в качестве средней прибавочной стоимости; поэтому средняя норма прибыли была бы = 22%, и, наконец, цена каждой $^1/_5$ всего продукта, произведённого капиталом в 500, равнялась бы 122. Продукт каждой пятой части всего авансированного капитала должен был бы, таким образом, продаваться за 122.*

*Поскольку дело касается прибыли, различные капиталисты относятся здесь друг к другу, как простые **акционеры одного акционерного общества**, в котором прибыль распределяется между ними равномерно на каждую сотню капитала и поэтому для различных капиталистов она бывает различна лишь в зависимости от величины капитала, вложенного каждым в общее предприятие в зависимости от относительных размеров участия каждого в этом общем предприятии, в зависимости от числа принадлежащих каждому акций…*

***Допустим, что в предыдущем примере пять различных капиталов I–V принадлежат одному лицу.** Количество переменного и постоянного капитала, потреблённое в производстве товаров на каждую сотню вложенного в дело капитала, здесь дано для каждого предприятия I–V, и эта часть стоимости товаров I–V, само собой разумеется, часть их цены, так как эта цена необходима для возмещения авансированной и потреблённой части капитала. Таким образом, эти издержки производства различны для каждого рода товаров I–V и как таковые должны быть фиксированы владельцем. Что же касается различных масс прибавочной стоимости, или прибыли, произведённых на предприятиях I–V, то капиталист мог бы рассматривать их как прибыль на весь свой авансированный капитал, так что на каждую сотню капитала пришлась бы соответствующая часть всей этой прибыли. Следовательно, издержки производства товаров на каждом из предприятий I–V были бы различны; но у всех этих товаров оказалась бы равной та часть продажной цены, которая образуется присоединяемой к издержкам производства прибылью на каждую сотню капитала. **Общая цена товаров I—V равнялась бы, таким образом, общей их стоимости, т. е. сумме издержек производства I–V плюс сумма прибавочной стоимости, или прибыли, произведённой в I–V; следовательно, на деле общая их цена была бы денежным выражением совокупного количества труда как прошлого, так и вновь присоединённого, заключающегося в товарах I–V. Подобным же образом в масштабе общества, — если рассматривать все отрасли производства как одно целое, — сумма цен производства произведённых товаров равна сумме их стоимостей»** (Маркс, том.3, гл.9).*

Здесь выделено жирным шрифтом то место, которое раскрывает настоящий смысл второго правила трансформирования. Маркс пишет, что если взять ***«единый капитал»*** и рассматривать его как капитал ***«одного лица»,*** то «общая цена товаров» будет равна «общей их стоимости». Причём Маркс специально поясняет, что именно входит в эту «общую цену товаров». Не только вновь присоединённый труд, но и ПРОШЛЫЙ труд: *«…**общая их цена была бы денежным выражением совокупного количества труда как прошлого, так и вновь присоединённого, заключающегося в товарах I–V».*** В «новой интерпретации» равенство в стоимостях и ценах приписывается лишь конечному продукту, в котором, как известно, овеществлён лишь ПРИСОЕДИНЁННЫЙ в рассматриваемом периоде труд. Согласно правилам баланса простого воспроизводства, имеет место равенство $C_{II} + C_{III} = V_I + M_I$ и поэтому стоимость конечного продукта всегда будет равна лишь присоединённому во всех трёх подразделениях труду:

СХЕМА 1.

$$\underbrace{W_{II} + W_{III}}_{\substack{\text{конечный продукт} \\ \text{(предметы потребления)}}} = \underbrace{C_{II} + C_{III}}_{\substack{\text{прошлый труд в} \\ \text{средствах производства} \\ \text{конечного продукта}}} + \underbrace{V_{II} + V_{III}}_{\substack{\text{необходимый} \\ \text{присоединённый труд} \\ \text{по производству} \\ \text{конечного продукта}}} + \underbrace{M_{II} + M_{III}}_{\substack{\text{прибавочный} \\ \text{присоединённый труд} \\ \text{по производству} \\ \text{конечного продукта}}} =$$

$$= \underbrace{V_I + M_I + V_{II} + V_{III} + M_{II} + M_{III}}_{\text{присоединённый необходимый и прибавочный труд}}$$

Маркс же пишет о равенстве стоимости и цены производства для продукта, в котором овеществлён не только присоединённый, но и прошлый труд. Очевидно, что таким продуктом никак не может быть конечный продукт, в котором овеществлён лишь присоединённый труд. Если даже предположить, что, говоря о «прошлом труде», Маркс имел здесь в виду величину $C_{II} + C_{III}$, то в этом случае из учёта выпадал бы присоединённый труд $V_I + M_I$, что также противоречит тому, что пишет Маркс. Он пишет о присоединённом труде всех рассматриваемых им сфер производства, о ***«…вновь присоединённом (труде), заключающемся в товарах I–V»***. Совершенно очевидно, что в стоимости продукта учитывается ВЕСЬ присоединённый труд ПЛЮС прошлый труд. Но если суммировать весь присоединённый труд, то получим стоимость конечного продукта. Эта сумма очевидно меньше, чем сумма всего присоединённого труда и труда прошлого, а значит, продукт, в котором заключён весь присоединённый и прошлый труд, не может быть конечным продуктом. Продукт *«единого капитала»,* о котором пишет Маркс, не совпадает с конечным продуктом, продукт *«единого капитала»* больше конечного продукта, содержит в себе конечный продукт как свою часть. К таким выводам неизбежно приходишь, вдумываясь в данный текст. Едва ли можно рассматривать эти высказывания Маркса в смысле равенства стоимости и цены производства лишь конечного продукта.

В то же время Маркс отдаёт себе отчёт, что его аналогия с *«одним капиталистом»* является лишь образным выражением реальной ситуации с множеством отдельных капиталистов – аналогией, которая служит для наглядного пояснения этих непростых вопросов. Маркс дальше указывает, что данную аналогию нельзя воспринимать буквально, что на самом деле есть глубокое различие между экономикой многих капиталистов, которых искусственно (для упрощения рассмотрения) объединили в *«одного капиталиста»* с «единым капиталом» и экономикой реального одного капиталиста. Во втором случае (если считать, что «…***пять различных капиталов I–V принадлежат одному лицу»)***, модифицируется понятие «издержек производства», потому что прибыль этого *«одного капиталиста»* получается при продаже уже готового изделия (ткани – в примере Маркса с ткацкой фабрикой). В первом же случае прибыль получается от продаж продукции пяти отдельных капиталов I-V и поэтому прибыль одних капиталистов может потом входить в издержки производства других капиталистов. Если рассматривать этих отдельных капиталистов как ***«одного капиталиста»,*** надо внести поправку в исчисление издержек производства этого *«одного капиталиста»* – для этого надо вычесть ту прибыль отдельных капиталистов, которая вошла в издержки производства отдельных капиталистов из общей величины издержек производства всех отдельных капиталистов, то есть уменьшить общую сумму их издержек на величину этой прибыли. Именно об этом уточнении понятия «издержек производства» при рассмотрении «отдельных капиталистов» как «одного капиталиста» Маркс и пишет. Приведём ещё раз это место, снабдив его краткими пояснениями:

«Кажется, будто этому положению (аналогии с «одним капиталистом») противоречит тот факт, что в капиталистическом производстве элементы производительного капитала покупаются обыкновенно на рынке, следовательно, цены их содержат уже реализованную прибыль, и поэтому цена производства вместе с заключающейся в ней прибылью одной отрасли промышленности входит в издержки производства другой».

В реальном капиталистическом производстве с множеством относительно независимых капиталистов прибыль одних капиталистов входит в цену средств производства, а значит издержки производства, других капиталистов. Эта ситуация, где технологическая взаимосвязь сфер производства совершается через совершение актов купли-продажи на рынке, глубоко отличается от ситуации, где такое рыночное опосредование отсутствует. Вмешательство рынка в операции поставки необходимых промежуточных продуктов вдоль технологической цепочки приводит к тому, что на каждом шаге возникает прибыль у лиц, создающих эти промежуточные продукты. В этом – глубокое отличие экономики с многими отдельными капиталистами и экономики, в которой весь *«единый капитал»* принадлежит *«одному лицу».* В данном месте, как и в ряде других мест, Маркс поясняет, в чём именно состоит это различие – в разном исчислении издержек производства. У множества отдельных капиталистов издержки будут больше на величину той прибыли, которая содержится в промежуточных продуктах (средствах производства), чем у *«одного лица»,* который извлекает всю прибыль при продаже лишь своего окончательного продукта.

Но несмотря на это очевидное различие, несмотря на то, что в издержки производства одних капиталистов входит прибыль других капиталистов, издержки для отдельных капиталистов остаются издержками и общая сумма издержек в экономике **с множеством** отдельных капиталистов равна сумме издержек этих капиталистов, а общая прибыль есть сумма прибылей отдельных капиталистов. Иначе обстоит дело, если рассматривать в качестве капиталиста *«одно лицо»,* если рассматривать капитал, вложенный в сферы производства I-V как *«единый капитал»* одного лица.

«Возьмём, например, какой-либо товар A; пусть в издержки его производства входят прибыли от B, C, D, а в издержки производства B, C, D, в свою очередь, входит прибыль от A. Производя вышеуказанный подсчёт, мы не будем прибыль от A причислять к его собственным издержкам производства, и точно так же прибыли от B, C, D и т. д. не войдут в их собственные издержки производства. ***Никто не причисляет своей собственной прибыли к издержкам своего производства.*** *И, следовательно, если имеется, например, n отраслей производства и в каждой из них прибыль равна p, то издержки производства всех их вместе взятых = k − np. Рассматривая весь расчёт в целом, мы находим таким образом, что прибыли одной сферы производства, поскольку они входят в издержки производства другой сферы, уже учитываются здесь как составная часть общей цены окончательного продукта и не могут снова появиться в графе прибылей. Если же они появляются в этой графе, то только потому, что данный товар сам есть окончательный продукт и, следовательно, его цена производства не входит в издержки производства какого-либо другого товара. Если в издержки производства товара входит сумма = p, составляющая прибыль производителей средств производства, и если на эти издержки производства набавляется прибыль, равная p_1, то общая прибыль будет $P = p + p_1$.* ***Общая сумма издержек производства товара, абстрагированная от всех элементов цены, приходящихся на прибыль, равняется его собственным издержкам*** *в данной сфере производства без p. Если мы эти издержки производства назовём k, то, очевидно, $k + P = k + p + p_1$. При исследовании прибавочной*

стоимости в «Капитале», кн. I, гл. VII, 2, стр. 182 и сл.[55] *мы видели, что продукт каждого капитала можно рассматривать таким образом, что одна часть его только возмещает капитал, тогда как другая выражает лишь прибавочную стоимость.* ***Применяя этот расчёт к совокупному продукту общества, необходимо сделать соответственные поправки, так как по отношению ко всему обществу в целом прибыль, заключающаяся, например, в цене льна, не может фигурировать дважды: один раз — как часть цены полотна и другой раз — как прибыль производителя льна»*** *(Маркс, том.3, гл.9).*

Представим в схематическом виде эти рассуждения Маркса. Разобьем первое подразделение на три сектора: производство средств производства для первого, второго и третьего подразделений. Получим следующую схему.

СХЕМА 2.

$$W_I = \begin{cases} C_{I;I} + V_{I;I} + P_{I;I} = C_{I;I} + C_{I;II} + C_{I;III} \\ C_{I;II} + V_{I;II} + P_{I;II} = C_{II} \\ C_{I;III} + V_{I;III} + P_{I;III} = C_{III} \end{cases}$$

$$W_{II} = C_{II} + V_{II} + P_{II}$$

$$W_{III} = C_{III} + V_{III} + P_{III}$$

Буквой “P” обозначена прибыль. Подставив вместо C_{II} и C_{III} их выражения в фигурных скобках, получим:

СХЕМА 3.

$$W_I = \begin{cases} C_{I;I} + V_{I;I} + P_{I;I} = C_{I;I} + C_{I;II} + C_{I;III} \\ C_{I;II} + V_{I;II} + P_{I;II} = C_{II} \\ C_{I;III} + V_{I;III} + P_{I;III} = C_{III} \end{cases}$$

$$W_{II} = C_{I;II} + V_{I;II} + P_{I;II} + V_{II} + P_{II}$$

$$W_{III} = C_{I;III} + V_{I;III} + P_{I;III} + V_{III} + P_{III}$$

Учитывая смую верхнюю и две самых нижних строчки этой схемы, не трудно получить известное разложение конечного продукта (выпуска второго и третьего подразделений) на сумму зарплаты и прибыли (Схема 1). Формула конечного продукта включает в себя лишь присоединённую в течение года стоимость, но не включает стоимость израсходованных в течение года средств производства.

Согласно Марксу, входящая в последние две строки **Схемы 3** прибыль капиталистов первого подразделения не должна учитываться в составе издержек производства *«единого капитала»,* принадлежащего *«одному лицу».* Отбрасывая двойной счёт этой прибыли, которая уже фигурирует в раскладке производства первого подразделения, приходим к следующей схеме:

СХЕМА 4.

$$W_I = \begin{cases} C_{I;I} + V_{I;I} + P_{I;I} \\ C_{I;II} + V_{I;II} + P_{I;II} \\ C_{I;III} + V_{I;III} + P_{I;III} \end{cases}$$

$$W'_{II} = C_{I;II} + V_{I;II} + V_{II} + P_{II} = W_{II} - P_{I;II}$$

$$W'_{III} = C_{I;III} + V_{I;III} + V_{III} + P_{III} = W_{III} - P_{I;III}$$

Значком «штрих» здесь обозначены составные части совокупного общественного продукта, в котором изъят двойной счёт прибыли. Наконец, прибыль первого сектора первого подразделения входит в состав издержек производства секторов первого подразделения. Чтобы избежать двойного счёта, необходимо вычесть эту прибыль из издержек производства первого подразделения. Получим следующую схему:

СХЕМА 5.

$$W'_I = W_I - P_{I;I} = \underbrace{\underbrace{C_{I;I} + C_{I;II} + C_{I;III} - P_{I;I}}_{C'_I} + \underbrace{V_{I;I} + V_{I;II} + V_{I;III}}_{V_I}}_{k'_I} + \underbrace{P_{I;I} + P_{I;II} + P_{I;III}}_{P_I}$$

$$W'_{II} = \underbrace{C_{I;II} + V_{I;II} + V_{II}}_{k'_{II}} + P_{II} = W_{II} - P_{I;II}$$

$$W'_{III} = \underbrace{C_{I;III} + V_{I;III} + V_{III}}_{k'_{III}} + P_{III} = W_{III} - P_{I;III}$$

Символами $k'_I; k'_{II}; k'_{III}$ обозначены «собственные издержки производства», «абстрагированные от прибыли», - издержки, из которых удалена прибыль производителей средств производства. Если сложить все эти части продукта, получим выражение для совокупного общественного продукта Маркса:

СХЕМА 6.

$$W' = W'_I + W'_{II} + W'_{III} = \underbrace{C + V - P_I}_{k'} + P = \underbrace{k - P_I}_{k'} + P$$

Здесь использованы обозначения:

$$C = C_I + C_{II} + C_{III}$$
$$V = V_I + V_{II} + V_{III}$$
$$P = P_I + P_{II} + P_{III}$$
$$C_I = C_{I;I} + C_{I;II} + C_{I;III}$$
$$k = C + V$$

Отметим, что совокупный общественный продукт Маркса, стоимость которого, согласно Марксу, должна быть равна цене производства, описывается **Схемой 6** лишь в случае, когда все капиталы сосредоточены в руках *«одного лица»,* то есть являются частями *«единого капитала».* В реальной экономике ситуация иная - там совокупный капитал является суммой капиталов отдельных капиталистов без внесения той поправки на исчисление капитала, которую надо делать, если рассматривать случай *«единого капитала».* Данная поправка вовсе не означает, что при вычислении стоимости общественного продукта Маркса необходимо устранять двойной счёт пибыли (и зарплаты). Суммарные издержки в экономике с множеством капиталов всегда больше суммарных издержек в экономике с *«единым капиталом»* на величину, равную прибыли капиталистов, производящих средства производства. Но это значит, что в издержках производства совокупного капитала экономики с множеством капиталистов – прибыль капиталистов, производящих средства производства, должна учитываться как часть издержек других капиталистов, покупающих эти средства производства. За счёт этой прибыли издержки становятся больше, тогда как в экономике, где капитал принадлежит *«одному лицу»,* издержки становятся меньше на величину этой прибыли капиталистов, производящих средства производства.

Мы видим, что изменение счёта «издержек» в обществе, где весь капитал принадлежит *«одному лицу»,* приводит к некоторому уменьшению издержек производства. При этом *«совокупный продукт общества»* в определении Маркса вовсе не равен конечному продукту. Маркс вовсе не конструирует здесь понятие конечного общественного продукта, в котором, мы знаем, устранён двойной счёт не только прибыли, но и зарплаты. В определении *«совокупного продукта общества»* Маркса устраняется лишь повторный счёт прибыли, но остаётся повторный счёт зарплаты, которая фигурирует и как часть цены продукции первого подразделения и как часть издержек производства второго и третьего подразделений.

«Применяя этот расчёт к совокупному продукту общества, необходимо сделать соответственные поправки, так как по отношению ко всему обществу в целом прибыль, заключающаяся, например, в цене льна, не может фигурировать дважды: один раз — как часть цены полотна и другой раз — как прибыль производителя льна» *(Маркс, том.3, гл.9).*

Маркс даже не упоминает об исключении повторного счёта зарплаты. Он пишет только о необходимости исключения повторного счёта прибыли при рассмотрении общества, весь капитал которого принадлежит *«одному лицу».* Маркс придаёт особое значение именно процессу устранения двойного счёта прибыли, когда он рассматривает общественное производство как единое целое, как производство *«одного лица»* (в качестве которого может быть ассоциация независимых производителей). **Маркса здесь интересует вопрос – какие изменения в понятие «издержек производства» вносит выведение из экономической игры класса капиталистов. Вывод – уменьшение издержек производства.** Но в реальной капиталистической экономике класс капиталистов вовсе не выведен из игры, и поэтому издержки тут включают в себя прибыль капиталистов, производящих средства производства. По сути, **Маркс здесь доказывает, что издержки производства в обществе капиталистических производителей всегда будут больше, чем в обществе ассоциированных производителей,** - в котором управление *«единым капиталом»* осуществляется *«одним лицом».*

Таким образом, если исходить из текста самого Маркса (а не более поздних интерпретаций этого текста), равенство стоимостей и цен производства следует отнести именно к валовому выпуску всей продукции, включая средства производства[6]. Именно такого

[6] Следует отметить интересную попытку решить проблему трансформирования, исходя из гипотезы о «независимых сферах производства» - Калюжный (2006, 2015). Автор пытается рассматривать сферы производства в числовом примере Маркса как мини-экономики, производящие внутри себя все необходимые средства производства, с помощью которых мини-экономики производят конечный продукт. Очевидно, что такая постановка задачи не соответствует ряду приведённых выше высказываний Маркса и кроме того такого рода искусственно сконструированные мини-экономики нельзя рассматривать как реальных экономических агентов. Мини-экономики не могут конкурировать между собой, так как включают в себя множество фактически независимых (лишь искусственно соединённых внутри мини-экономики) реальных экономических агентов – капиталистов. В таких мини-экономиках процесс выравнивание норм прибыли внутри отдельных сфер производства, о котором писал Маркс, ничем не обоснован. Например, капиталист, производящий ткань, и капиталист, выплавляющий чугун (который был использован как материал для рамы ткацкого станка) – каждый из этих капиталистов (включённых в одну и ту же мини-экономику) – каждый из них по отдельности, в первую очередь конкурируют с капиталистами, занятыми близкими им родами экономической деятельности, но вовсе не между собой. Автор статьи, соглашаясь, что внутри сфер производства выравнивание норм прибыли осуществляется быстрее, чем между разными сферами производства, по сути, предполагает, что между капиталистами одной мини-экономики (металлургом и ткачём) конкуренция действует быстрее и сильнее, чем между ткачами-капиталистами или между капиталистами-металлургами. Такое предположение не соответствует фактическому положению дел. Данный подход обсуждался на Форуме «Социнтегрум»:
http://www.socintegrum.ru/forum/viewtopic.php?f=19&t=38&view=unread#unread
http://www.socintegrum.ru/forum/viewtopic.php?f=19&t=848&view=unread#unread

«классического» понимания проблемы трансформирования придерживался Владислав Борткевич и здесь, мы думаем, он был совершенно прав. Ставить же задачу трансформирования, подменяя одно из правил трансформирования (равенство валовых выпусков в стоимостях и ценах) другим правилом (равенством стоимости и цены производства выпуска конечных продуктов) – это значит решать совсем другую задачу, чем та, которую ставил сам Маркс.

Проблему трансформирования Маркс формулирует следующим образом:

«Первоначально предполагалось, что издержки производства товара равны стоимости товаров, потреблённых при его производстве. Но цена производства данного товара для покупателя последнего. является его издержками производства и может таким образом войти в образование цены другого товара в качестве издержек производства. Так как цена производства товара может отклоняться от его стоимости, то и издержки производства товара, в которые включена эта цена производства другого товара, могут быть выше или ниже той части всей его стоимости, которая образуется стоимостью входящих в него средств производства. Не следует забывать об этом модифицированном значении издержек производства, не следует поэтому забывать, что всегда возможна ошибка, если приравнять в какой-либо отдельной сфере производства издержки производства товаров к стоимости потреблённых при их изготовлении средств производства. Для нашего настоящего исследования нет необходимости подробнее входить в рассмотрение этого пункта» (Маркс, том.3, гл.9).

Ниже (**главы XII-XIII**) мы приведём некоторые исторические факты, обосновывающие условие симметрии матрицы общественного воспроизводства в капиталистической экономике. В ранней капиталистической экономике условие симметрии матрицы общественного воспроизводства, вероятно, было результатом недостатка средств обмена (разменной монеты) и широким распространением бартерных обменов. Реализация общественного продукта при бартерной торговле будет сильно затруднена, если матрица общественного воспроизводства (в текущих ценах) не будет симметрична. Чем сильнее нарушение условий симметрии этой матрицы, тем больше средств обмена требуется для реализации общественного продукта в экономике. Дефицит в средневековой Европе денег (в основном, мелкой монеты для совершения регулярно протекающих обменных операций), постоянные фальсификации монет и, как следствие, недоверие к деньгам в тот исторический период - общепризнанный исторический факт. Высокий ссудный процент в средние века также был прямым следствием дефицита наличности. Производители (крестьяне и ремесленники) а также дворяне, сбывавшие избыточный (сверх собственных нужд) продукт своих имений и купцы часто предпочитали «реальный товар» сомнительной в своём достоинстве монете. Бартер в те времена играл не просто большую, но часто главную и решающую роль в проведении сделок и торговых операций. При этом во многих случаях учёт бартерных операций осуществлялся в денежной форме, хотя фактически это был именно бартер.

В **главе XII** статьи мы приведём свидетельства современников и специалистов в области экономической истории, указывавших на существенное значение бартера в торговых операциях эпохи, предшествовавшей развитию капитализма (XIV-XV вв.). Если считать бартер основным методом проведения обменных операций в ту эпоху, то условие симметрии матрицы общественного воспроизводства в текущих ценах будет следствием бартерного характера обменных операций, так как лишь при условии симметрии этой матрицы возможна реализация общественного продукта с помощью бартерного обмена БЕЗ использования денег. При этом, если в эпоху **первоначального трансформирования** (обмена по стоимости в обмен по ценам производства) обмен совершался по стоимости, то по той же причине (бартерный обмен) матрица общественного воспроизводства в стоимостях должна была быть симметричной. Если процесс трансформирования стоимостей в цены производства действительно имел место при тех же условиях преобладания бартерной торговли, то и матрица общественного воспроизводства в ценах производства также должна была быть симметричной. Но трансформирование симметричной стоимостной матрицы в симметричную матрицу цен производства возможен,только если стоимости и цены производства совпадают. В этом случае структура экономики должна была иметь вид Таблицы 3 (стр.15 статьи Пушной (2011)). В этом случае обмен по стоимости и по ценам производства должны были совпадать, и никакого первоначального трансформирования не требовалось вообще. Преобладание бартерного обмена при обмене товаров по стоимости – одна из возможных причин симметрии стоимостной матрицы. Преобладание бартерного обмена при обмене товаров по ценам производства – причина симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства. Но если обе эти матрицы симметричны и вторая матрица должна быть получена трансформированием первой, то обе матрицы должны совпадать, и цены обмена по стоимости должны быть равными ценам производства. Видимо, именно этот случай имел место в эпоху «первоначального трансформирования» стоимостей в цены производства.

Ещё одним аргументом в пользу тезиса о симметрии матрицы общественного воспроизводства в эпоху, предшествовавшую капитализму, является характерная особенность первоначального капитализма того времени как в основном торгового (купеческого) капитализма. В статье (стр. 47-51 статьи Пушной (2011)) показано, что особенности КУПЕЧЕСКОЙ формы капитализма также могли быть причиной симметрии матрицы общественного воспроизводства.

Проблема текущего трансформирования при развитом денежном обращении требует других аргументов. Как объяснить, почему условие симметрии матрицы общественного воспроизводства должно выполняться и в развитой капиталистической экономике, где нет дефицита наличности, и бартер играет лишь вторичную роль в обменных операциях. Возможные аргументы, обосновывающие условие симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства при текущем трансформировании, приведены в **главе XIII.** Во-первых, переход к реалистичной (матричной) постановке задачи трансформирования показывает, что при равномерном случайном распределении элементов матриц затрат, матрицы общественного воспроизводства Модели-1 в стоимостях и в ценах производства становятся почти одинаковыми и симметричными с увеличением числа отраслей. То есть условие симметрии этих матриц оказывается результатом действия «закона больших чисел» при определённых (реалистичных предположениях) о характере случайного распределния значений элементов обобщённой матрицы Леонтьева. В **главе XIII** приведены аргументы, указывающие на вероятную регулирующую роль денежных кризисов в периодическом восстановлении условий симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства.

Тестом для проверки условия симметрии матрицы общественного воспроизводства могло бы стать прямое приведение имеющихся данных статистики выпуска продукции в ценах производства к форме Модели-1, но нам не удалось найти в экономической литературе каких-либо сведений о попытках такого приведения с использование данных реальной статистики.

II. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕКУЩЕГО ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ В МОДЕЛИ-1 – В ВИДЕ СИММЕТРИЧНЫХ МАТРИЦ ОБЩЕСТВЕННОГО ВОСПРОИЗВОДСТВА В ЦЕНАХ ПРОИЗВОДСТВА.

Приведём полную систему уравнений задачи трансформирования внутри Модели-1.

Условия баланса в ценах производства:

$$\begin{cases} \left(C_1x+V_1y\right)\left(1+r\right)=Cx \\ \left(C_2x+V_2y\right)\left(1+r\right)=Vy \\ \left(C_3x+V_3y\right)\left(1+r\right)=Mz \end{cases} \tag{1}$$

Условия баланса в стоимостях:

$$\begin{cases} C_2+C_3=V_1\left(1+m\right) \\ V_1+V_3=C_2+V_2m \\ C_3+V_3=m\left(V_1+V_2\right) \end{cases} \tag{2}$$

Два правила трансформирования:

$$\begin{cases} r\left(Cx+Vy\right)=M \\ r=\dfrac{mV}{C+V} \end{cases} \tag{3}$$

Назовём решение системы (1)-(3) «реалистичным», если выполнены следующие неравенства:

$$C_i>0\,;\ V_i>0\ \ i=1;2;3\,;\ m>0\,;\ r>0\,;\ x>0\,;\ y>0\,;\ z>0 \tag{4}$$

Как обычно, r - норма прибыли, m - норма прибавочной стоимости, $x;y;z$ - множители, переводящие стоимости в цены производства.

Использованы обозначения:

$$C\equiv C_1+C_2+C_3>0 \tag{5}$$

$$V\equiv V_1+V_2+V_3>0 \tag{6}$$

$$M\equiv mV>0 \tag{7}$$

Складывая левые и правые части уравнений системы (1) и учитывая введённые обозначения (5)-(6), получаем:

$$r\left(Cx+Vy\right)=Mz \tag{8}$$

Приравнивая правые части (8) и первого равенства в (3), получаем, учитывая неравенства (4), значение:

$$z=1 \tag{9}$$

Из (3) и (7), учитывая неравенства (4), получаем:

$$Cx+Vy=C+V \tag{10}$$

Уравнение (10) выражает одну из формулировок условий трансформирования: равенство общественного капитала, выраженного через стоимости и цены производства. Учитывая (9) и (10), можно получить ещё одно равенство, выражающее условие трансформирования: равенство общественного продукта, выраженного через стоимости и через цены производства:

$$Cx + Vy + Mz = C + V + M \tag{11}$$

Таким образом, две других формулировки условий трансформирования (10) и (11) следуют из нашей системы уравнений (1)-(4). Третье уравнение в системе (2) является следствием первых двух. Таким образом, имеем систему из 7 независимых уравнений для 5 неизвестных: $x; y; z; m; r$. Следовательно, чтобы эта система имела решение, должны существовать два условия совместности, которым удовлетворяют коэффициенты C_i и V_i этой системы.

ПЕРВОЕ УСЛОВИЕ СОВМЕСТНОСТИ следует из первых двух уравнений системы (2):

$$V = C_2 + \left(\frac{V_2}{V_1}\right)\left(C_2 + C_3\right) \tag{12}$$

Для дальнейших выкладок удобнее будет переписать это условие в следующем виде:

$$VV_1 = C_2V_1 + V_2\left(C_2 + C_3\right) \tag{13}$$

Из первого уравнения системы (2) выражаем m:

$$m = \frac{C_2 + C_3 - V_1}{V_1} \tag{14}$$

Вводим новую переменную t:

$$t \equiv \frac{x}{y} > 0 \tag{15}$$

Используя третье уравнение (1), и равенства (3) и (9) получаем:

$$\left(\frac{mV}{C+V}\right)\cdot\left(Ct + V\right) = \left(1 + \frac{mV}{C+V}\right)\cdot\left(C_3t + V_3\right) \tag{16}$$

Подставив (14), после несложных преобразований получим:

$$t \cdot Q = P \tag{17}$$

$$Q = C_3 \cdot \left[V_1C + V\left(C_2 + C_3\right)\right] - VC\left(C_2 + C_3 - V_1\right) \tag{18}$$

$$P = V^2\left(C_2 + C_3 - V_1\right) - V_3 \cdot \left[V_1C + V\left(C_2 + C_3\right)\right] \tag{19}$$

Величины P и Q могут быть приведены к другому виду, который в статье помечен формулой 7) на стр. 88. Приведём этот вывод.

Член $V^2\left(C_2 + C_3 - V_1\right)$ представим как $V\left(V_1 + V_2\right)\left(C_2 + C_3 - V_1\right) + VV_3\left(C_2 + C_3\right) - VV_3V_1$. Подставив в (19) и после раскрытия скобок сократив $VV_3\left(C_2 + C_3\right)$, получим:

$$P = V\left(V_1 + V_2\right)\left(C_2 + C_3 - V_1\right) - V_1V_3\left(V + C\right) \tag{20}$$

$$Q = V_1CC_3 + V_1VC + VC_3\left(C_2 + C_3\right) - VC\left(C_2 + C_3\right) =$$
$$= V_1CC_3 + V_1VC_3 + V_1V\left(C_1 + C_2\right) - V\left(C_2 + C_3\right)\left(C_1 + C_2\right) = \qquad (21)$$
$$= V_1C_3\left(V + C\right) - V\left(C_1 + C_2\right)\left(C_2 + C_3 - V_1\right)$$

Правые части (20) и (22) стоят в формуле 7) на стр. 88 статьи.

Разделив первое равенство на второе в системе (1), приходим к ещё одному уравнению относительно переменной t:

$$\left(CC_2\right)t^2 + \left(CV_2 - VC_1\right)t - VV_1 = 0 \qquad (22)$$

Имеем 2 уравнения для одной неизвестной t.

ВТОРОЕ УСЛОВИЕ СОВМЕСТНОСТИ:

$$\begin{cases} t \cdot Q = P \\ \left(CC_2\right)t^2 + \left(CV_2 - VC_1\right)t - VV_1 = 0 \end{cases} \qquad (23)$$

Возможны два случая:

СЛУЧАЙ №1. Переменная t определяется из второго уравнения (23) и при этом P и Q обращаются в ноль:

$$P = 0 \qquad (24)$$

$$Q = 0 \qquad (25)$$

$$t = \frac{VC_1 - CV_2 + \sqrt{\left(VC_1 - CV_2\right)^2 + 4VCV_1C_2}}{2CC_2} \qquad (26)$$

Формула (26) даёт положительный корень уравнения (22). Второй корень этого квадратного уравнения меньше нуля и, в силу неравенства (15), его можно не рассматривать.

Мы докажем ниже, что «случай №1» приводит к симметричным матрицам общественного воспроизводства после трансформирования стоимостей в цены производства. Для «случая №1» выполняются нетривиальные условия баланса, рассмотренные в статье, а матрица общественного воспроизводства (в ценах производства) имеет вид, показанный в Таблице 6(1) на стр. 18 статьи.

СЛУЧАЙ №2. Соответствует ненулевым значениям P и Q:

$$P \neq 0 \qquad (27)$$

$$Q \neq 0 \qquad (28)$$

$$t = \frac{P}{Q} \qquad (29)$$

$$\left(CC_2\right)\left(\frac{P}{Q}\right)^2 + \left(CV_2 - VC_1\right)\left(\frac{P}{Q}\right) - VV_1 = 0 \qquad (30)$$

Условие (30) накладывает дополнительные ограничения на выбор стоимостной структуры экономики.

Мы докажем ниже, что «случай №2» нарушает хотя бы одно из неравенств (4) и приводит к нереалистичным матрицам общественного воспроизводства после трансформирования.

Доказательство условия симметрии матрицы общественного воспроизводства для «случая №1».

Чтобы матрица общественного (простого) воспроизводства была симметрична, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось хотя бы одно «нетривиальное условие баланса». Возьмём в качестве такого условия равенство:

$$xC_2 = yV_1 \qquad (31)$$

Если это условие выполняется, то для переменной t имеем выражение:

$$t = \frac{V_1}{C_2} \tag{32}$$

Из условий (24) и (25), учитывая (20)-(21), следует:

$$V_1V_3\left(C+V\right) = V\left(C_2+C_3-V_1\right)\left(V_1+V_2\right) \tag{33}$$

$$V_1C_3\left(C+V\right) = V\left(C_2+C_3-V_1\right)\left(C_1+C_2\right) \tag{34}$$

Левые части (33)-(34) больше нуля, в силу неравенств (4), что возможно, только если правые части тоже больше нуля. Разделив (34) на (33), получаем:

$$\frac{C_3}{V_3} = \frac{C_1+C_2}{V_1+V_2} \equiv \hat{k} \tag{35}$$

Здесь буквой $\hat{k}$ обозначено органическое строение капитала (в стоимостной форме) третьего подразделения, которое равно органическому строению суммарного капитала первого и второго подразделений. Из (35) следует:

$$\frac{C}{V} = \frac{\left(C_1+C_2\right)+C_3}{V} = \frac{\hat{k}\left(V_1+V_2\right)+\hat{k}V_3}{V} = \hat{k} \tag{36}$$

Итак, условия (24)-(25) приводят к условию равенства органических стоимостных строений капиталов, вложенных в третий и первые два подразделения.

Подставляем (32) в ЛЕВУЮ ЧАСТЬ уравнение (22).

$$\begin{aligned} &\frac{CV_1^2+CV_1V_2-C_1V_1V-C_2V_1V}{C_2} = \frac{CV_1\left(V_1+V_2\right)-VV_1\left(C_1+C_2\right)}{C_2} = \\ &= \frac{VV_1\left(V_1+V_2\right)\cdot\left[\dfrac{C}{V}-\dfrac{C_1+C_2}{V+V_{21}}\right]}{C_2} = 0 \end{aligned} \tag{37}$$

Левая часть (22) обращается в ноль, в силу равенств (35)-(36), а значит $t = \dfrac{V_1}{C_2}$ - положительный корень уравнения (22).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ЗАВЕРШЕНО.

Доказательство нарушения условий реалистичности (4) матрицы общественного воспроизводства для «случая №2».

Сначала докажем, что если $P \neq 0$ и $Q \neq 0$, то имеет место равенство:

$$t = \frac{P}{Q} = \frac{V_1}{C_2+C_3} \tag{38}$$

Составим разность:

$$\Delta \equiv P\left(C_2+C_3\right)-QV_1 \tag{39}$$

Подставив вместо P и Q их выражения (20)-(21) и заменив всюду V выражением (12) после довольно длинных преобразований, можно разложить эту разность на множители:

$$\Delta = \frac{\left(C_2+C_3\right)\left[V_1\left(C+C_2\right)+V_2\left(C_2+C_3\right)\right]\left[C_2V_1+V_2\left(C_2+C_3\right)-V_1V\right]}{V_1} \tag{40}$$

Проще всего это сделать, используя программу Mathematica 8. Ниже приведён текст программы и результат:

Текст программы:

```
(C2+C3) ((C2+(V2/V1) (C2+C3)) (V1+V2) (C2+C3-V1)-V1 V3
(C1+C2+C3+(C2+(V2/V1) (C2+C3))))-V1 ((V1 C3
(C1+C2+C3+(C2+(V2/V1) (C2+C3)))-(C2+(V2/V1) (C2+C3)) (C2+C3-V1)
(C1+C2)))
     Simplify[%]
```

Результат выполнения программы:

$$\frac{(\mathrm{C2}+\mathrm{C3})(\mathrm{C1V1}+\mathrm{C3}(\mathrm{V1}+\mathrm{V2})+\mathrm{C2}(2\mathrm{V1}+\mathrm{V2}))(-\mathrm{V1}^2+\mathrm{C3V2}+\mathrm{C2}(\mathrm{V1}+\mathrm{V2})-\mathrm{V1}(\mathrm{V2}+\mathrm{V3}))}{\mathrm{V1}}$$

Третий множитель в числителе формулы (40) обращается в ноль, вследствие равенства (13) и поэтому разность Δ также обращается в ноль.

Кратко приведём ход выкладок, приводящий к результату (40). Сначала доказываем, что Q пропорциональна $\left(C_2+C_3\right)$. Для этого записываем Q в виде:

$$Q=V_1\left[C_3\left(V+C\right)+V\left(C_1+C_2\right)\right]-\left(C_2+C_3\right)V\left(C_1+C_2\right) \tag{41}$$

Выражение в первых квадратных скобках преобразуем, используя (12):

$$C_3\left(V+C\right)+V\left(C_1+C_2\right)=C\left(V+C_3\right)=C\left(C_2+C_3\right)\left(1+\frac{V_2}{V_1}\right) \tag{42}$$

Таким образом, Q пропорциональна $\left(C_2+C_3\right)$:

$$Q=\left(C_2+C_3\right)\left[C\left(V_1+V_2\right)-V\left(C_1+C_2\right)\right] \tag{43}$$

Составим разность Δ:

$$\begin{aligned}\Delta&=\left(C_2+C_3\right)\left(P-\frac{QV_1}{C_2+C_3}\right)=\\&=\left(C_2+C_3\right)\left[V\left(V_1+V_2\right)\left(C_2+C_3-V_1\right)-V_1V_3\left(V+C\right)-C\left(V_1+V_2\right)V_1+VV_1\left(C_1+C_2\right)\right]\end{aligned} \tag{44}$$

Выражение в квадратных скобках в (44) преобразуем:

$$\begin{aligned}&\left[\ldots\right]=V\left[\left(V_1+V_2\right)\left(C_2+C_3-V_1\right)+V_1\left(C_1+C_2\right)-V_1V_3\right]-\\&-\left[V_1V_3C+V_1C\left(V_1+V_2\right)\right]=\\&=V\left[\left(V_1+V_2\right)\left(C_2+C_3\right)+V_1\left(C_1+C_2\right)-V_1V\right]-CV_1V\end{aligned} \tag{45}$$

Выражение V_1V заменяем, согласно формуле (13).

$$\begin{aligned}&V\left[\left(V_1+V_2\right)\left(C_2+C_3\right)+V_1\left(C_1+C_2\right)-V_1V\right]=\\&V\left[\left(V_1+V_2\right)\left(C_2+C_3\right)+V_1\left(C_1+C_2\right)-C_2V_1-V_2\left(C_2+C_3\right)\right]=VV_1C\end{aligned} \tag{46}$$

В результате получим $\Delta=0$.

Таким образом, мы доказали, что $\Delta=0$. Отсюда следует равенство (38).

Из определения (15) получаем тогда:

$$x\left(C_2+C_3\right)=V_1y \tag{47}$$

Подставив (47) в первое равенство системы (1), получим:

$$Cx\left(1+r\right)=Cx \tag{48}$$

Это равенство выполняется в одном из трёх случаев:

1) $r = 0$; (49)

2) $x = 0$; (50)

3) $C = 0$. (51)

Во всех этих трёх случаях нарушаются условия (4) реалистичности матрицы общественного воспроизводства.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ЗАВЕРШЕНО.

ВЫВОД: Мы доказали, что ВСЕ реалистичные решения задачи о трансформировании стоимостей в цены производства в Модели-1 приводят к симметричным матрицам общественного воспроизводства в ценах производства. Следовательно, учитывая, что условие симметрии этой матрицы равносильно выполнению нетривиальных условий баланса, нетривиальные условия баланса являются необходимым условием существования решения задачи трансформирования в Модели-1.

III. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТЕКУЩЕГО ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ В МОДЕЛИ-2.

Приведём решение задачи трансформирования в Модели-2, не накладывая нетривиальных условий баланса. Напомним, что Маркс во втором томе «Капитала» исследовал процесс реализации общественного продукта, используя модель, в которой капиталисты потребляют не только роскошь, но и жизненные средства – Модель-2. При этом в своём числовом примере Маркс брал экономику, в которой выполнены нетривиальные условия баланса. **Мы только что доказали, что в Модели-1 выполнение нетривиальных условий баланса является необходимым и достаточным условием решения задачи трансформирования.**

Рассмотрим теперь Модель-2. Мы построим общее решение задачи для этой Модели и убедимся, что **нетривиальные условия баланса в Модели-2 являются достаточным, НО НЕ являются необходимым условием существования реалистичного решения задачи трансформирования.** То есть в отличие от Модели-1, в Модели-2 возможны решения без выполнения нетривиальных условий баланса.

При решении этой задачи рассмотрим две стоимостных матрицы: матрицу создаваемой стоимости (labor cost) и матрицу распределяемой стоимости (labor commanded). Матрица распределяемой стоимости (раньше мы называли её матрицей входящих потоков) описывает стоимость средств производства, жизненных средств и предметов роскоши, потребляемых каждым подразделением. Проще говоря, структура этой матрицы состоит из стоимостей всей продукции, которая покупается капиталистами и рабочими каждого подразделения. Мы рассматриваем обмен по ценам производства. Наша задача – показать, какие условия необходимо наложить на стоимостные матрицы для того, чтобы выполнялись правила трансформирования, то есть совокупная прибавочная стоимость в экономике была бы равна совокупной прибыли, а стоимость всей выпущенной продукции была бы равна цене производства этой продукции.

Запишем стоимостные матрицы. Если трансформирование выполнено, то стоимостная матрица в форме “labor commanded” должна иметь такой вид.

Таблица 1. Матрица в форме “labor commanded”:

C	V	M_V	M_m
C_1	V_1	$\dfrac{\alpha_1 r\left(C_1x+V_1y\right)}{y}$	$\dfrac{\left(1-\alpha_1\right)r\left(C_1x+V_1y\right)}{z}$
C_2	V_2	$\dfrac{\alpha_2 r\left(C_2x+V_2y\right)}{y}$	$\dfrac{\left(1-\alpha_2\right)r\left(C_2x+V_2y\right)}{z}$
C_3	V_3	$\dfrac{\alpha_3 r\left(C_3x+V_3y\right)}{y}$	$\dfrac{\left(1-\alpha_3\right)r\left(C_3x+V_3y\right)}{z}$

Символы M_V и M_m означают стоимость жизненных средств и предметов роскоши, покупаемых капиталистами. Множители $x;y;z$ переводят стоимости в цены производства. Коэффициенты $\alpha_1;\alpha_2;\alpha_3$ задают долю прибыли, которая расходуется на покупку жизненных средств. В каждом подразделении выполняется равенство:

$$yM_{nV}+zM_{nm}=r\left(C_nx+V_ny\right) \qquad n=1;2;3 \qquad (52)$$

Отметим, что стоимость произведённой продукции подразделения НЕ РАВНА в общем случае стоимости продукции, потребляемой (покупаемой) этим подразделением:

$$C \neq C_1 + V_1 + M_{1V} + M_{1m} \tag{53}$$

$$V + M_V \neq C_2 + V_2 + M_{2V} + M_{2m} \tag{54}$$

$$M_m \neq C_3 + V_3 + M_{3V} + M_{3m} \tag{55}$$

Запишем стоимостную матрицу в форме labor cost.

Таблица 2. Матрица в форме “labor cost”:

	C	V	M	W
I	C_1	V_1	mV_1	C
II	C_2	V_2	mV_2	$V+M_V$
III	C_3	V_3	mV_3	M_m
Sum:	$C \equiv C_1+C_2+C_3$	$V=V_1+V_2+V_3$	$M=mV$	$W=C+V+M$

Выполняются тривиальные условия баланса:

$$C_1 + V_1\left(1+m\right) = C \tag{56}$$

$$C_2 + V_2\left(1+m\right) = V + M_V \tag{57}$$

$$C_3 + V_3\left(1+m\right) = M_m \tag{58}$$

Складывая (56)-(58), находим:

$$M \equiv mV = M_V + M_m \tag{59}$$

Из (56) находим выражение для нормы прибавочной стоимости:

$$m = \frac{C - C_1 - V_1}{V_1} \tag{60}$$

Введём обозначение:

$$\alpha = \frac{M_V}{M} \tag{61}$$

$$1 - \alpha = \frac{M_m}{M} \tag{62}$$

Подставляя (60) и (61) в (57), находим:

$$\alpha = \frac{\left(C - C_1\right)V_2 + V_1\left(C_2 - V\right)}{V\left(C - C_1 - V_1\right)} \tag{63}$$

При этом (58) становится тождеством, вытекающим из формул (60) и (62). Таким образом, из условий тривиального баланса (56)-(57) следуют выражения (60) и (63) для m и α, при которых третье условие баланса (58) выполняется автоматически. Тем самым, мы свели три условия баланса к двум соотношениям (60) и (63).

Первое правило трансформирования: совокупная прибавочная стоимость равна совокупной прибыли:

$$P \equiv \underbrace{r\left(Cx+Vy\right)=M_V+M_m}_{(I)}\underbrace{=yM_V+zM_m=M}_{(II)} \quad (64)$$

Из равенства (II) в уравнении (64), учитывая определения (61)-(62), получаем:

$$\alpha y+\left(1-\alpha\right)z=1 \quad (65)$$

Второе правило трансформирования: стоимость продукции равна её цене производства:

$$W=C+V+M=\left(Cx+Vy\right)+r\left(Cx+Vy\right)=W' \quad (66)$$

Учитывая равенство (I) в формуле (64), из (66) следует:

$$C+V=Cx+Vy \quad (67)$$

Из (67) и (64) следует:

$$r=\frac{P}{Cx+Vy}=\frac{M}{C+V} \quad (68)$$

Таким образом, если выполняется первое правило трансформирования, то второе правило трансформирования может быть задано тремя математически равносильными способами – посредством формул (66), (67) или (68).

Введём обозначения:

$$t=\frac{x}{y} \quad (69)$$

$$\tilde{C}=\alpha_1C_1+\alpha_2C_2+\alpha_3C_3 \quad (70)$$

$$\tilde{V}=\alpha_1V_1+\alpha_2V_2+\alpha_3V_3 \quad (71)$$

Учитывая (67), находим:

$$y=\frac{C+V}{Ct+V} \quad (72)$$

Складывая элементы столбцов M_V и M_m, получаем:

$$M_V=r\left(\tilde{C}t+\tilde{V}\right) \quad (73)$$

$$M_m=r\cdot\left(\frac{y}{z}\right)\cdot\left[\left(Ct+V\right)-\left(\tilde{C}t+\tilde{V}\right)\right] \quad (74)$$

Выразив $\tilde{C}t+\tilde{V}$ из (73) и подставив в (74), учитывая (61), (62), (68) и (72), получим опять формулу (65).

Система уравнений в ценах производства:

$$\left(C_1x+V_1y\right)\left(1+r\right)=Cx \quad (75)$$

$$\left(C_2x+V_2y\right)\left(1+r\right)=\left(V+M_V\right)y \quad (76)$$

$$\left(C_3x+V_3y\right)\left(1+r\right)=M_mz \quad (77)$$

Если сложить левые и правые части уравнений (75)-(78), получим равенство, выражающее первое правило трансформирования (64):

$$r\left(Cx+Vy\right)=M_V y+M_m z \tag{78}$$

Таким образом, если выполняется первое правило трансформирования, то уравнение (77) будет следствием уравнений (75), (76) и (64).

Поделив уравнения (75)-(77) на y, получим систему уравнений:

$$\left(C_1 t+V_1\right)\left(1+r\right)=Ct \tag{79}$$

$$\left(C_2 t+V_2\right)\left(1+r\right)=V+M_V \tag{80}$$

$$\left(C_3 t+V_3\right)\left(1+r\right)=M_m\cdot\frac{z}{y} \tag{81}$$

Выразим t из уравнений (79) и (80).

$$t=\frac{V_1\left(1+r\right)}{C-C_1\left(1+r\right)}=\frac{V+M_V-V_2\left(1+r\right)}{C_2\left(1+r\right)} \tag{82}$$

Из (78) получим квадратное уравнение относительно $1+r$:

$$\hat{A}\cdot\left(1+r\right)^2+\hat{B}\cdot\left(1+r\right)+\hat{C}=0 \tag{83}$$

$$\hat{A}=V_1C_2-C_1V_2 \tag{84}$$

$$\hat{B}=C_1\left(V+M_V\right)+CV_2 \tag{85}$$

$$\hat{C}=-C\cdot\left(V+M_V\right) \tag{86}$$

Подставим в (83) $r=\dfrac{M}{C+V}$ (формула (68)), а также учтём выражение для $V+M_V$, используя для этого формулы (60), (61) и (63):

$$V+M_V=\left(1+\alpha\cdot m\right)V=\frac{\left(C-C_1\right)V_2+V_1C_2}{V_1} \tag{87}$$

После этих подстановок в уравнение (83) получим **первое условие**, которое необходимо наложить на коэффициенты стоимостной матрицы, чтобы удовлетворить правилам трансформирования. Это условие связывает коэффициенты $C_1;C_2;C_3;V_1;V_2;V_3$:

$$\begin{gathered}C_2\cdot\left\{\left(C-C_1-V_1\right)VV_1\left[\left(C-C_1-V_1\right)V+\left(C+V\right)\left(2V_1+C_1\right)\right]+V_1^2\left(C+V\right)^2\left[V_1+C_1-C\right]\right\}=\\=C_1V_2V^2\left(C-C_1-V_1\right)^2-\left(C+V\right)(C-C_1-V_1)VV_2\left[-2V_1C_1+C_1\left(C-C_1\right)+CV_1\right]-\\-\left(C+V\right)^2\left(C-C_1\right)V_1V_2\left(V_1+C_1-C\right)\end{gathered} \tag{88}$$

Из формулы (73), учитывая (59) и (61), находим:

$$\tilde{C}t+\tilde{V}=\frac{M_V}{r}=\frac{\alpha\cdot mV\left(C+V\right)}{mV}=\alpha\left(C+V\right) \tag{89}$$

Подставив в левую часть (89) выражения (70)-(71), находим второе условие, которое необходимо наложить, чтобы удовлетворить правилам трансформирования:

$$\alpha_1\left(C_1t+V_1\right)+\alpha_2\left(C_2t+V_2\right)+\alpha_3\left(C_3t+V_3\right)=\alpha\left(C+V\right) \tag{90}$$

Если условия (88) и (90) выполнены, то задача трансформирования имеет решение. При составлении расчётного алгоритма решения задачи, удобно выражать C_2 из уравнения (88) и параметр α_3 из уравнения (90). С учётом всех формул, приводим ниже расчётный алгоритм решения задачи трансформирования.

ЗАДАВАЕМЫЕ ПАРАМЕТРЫ: $C_1; C; V_1; V_2; V_3; \alpha_1; \alpha_2$.

АЛГОРИТМ РАСЧЁТА:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \tag{91}$$

$$C_2 = \frac{S_2}{S_1} \tag{92}$$

$$S_1 = (C - C_1 - V_1)VV_1\left[(C - C_1 - V_1)V + (C+V)(2V_1 + C_1)\right] + V_1^2(C+V)^2\left[V_1 + C_1 - C\right] \tag{93}$$

$$\begin{aligned} S_2 = {} & C_1V_2V^2(C - C_1 - V_1)^2 - (C+V)(C - C_1 - V_1)VV_2\left[-2V_1C_1 + C_1(C - C_1) + CV_1\right] - \\ & -(C+V)^2(C - C_1)V_1V_2(V_1 + C_1 - C) \end{aligned} \tag{94}$$

$$C_3 = C - C_1 - C_2 \tag{95}$$

$$m = \frac{C - C_1 - V_1}{V_1} \tag{96}$$

$$\alpha = \frac{(C - C_1)V_2 + V_1(C_2 - V)}{V(C - C_1 - V_1)} \tag{97}$$

$$r = \frac{mV}{C+V} \tag{98}$$

$$t = \frac{V_1(1+r)}{C - C_1(1+r)} \tag{99}$$

$$y = \frac{C+V}{Ct+V} \tag{100}$$

$$x = t \cdot y \tag{101}$$

$$z = \frac{1 - \alpha y}{1 - \alpha} \qquad \text{(формула (65))} \tag{102}$$

$$\alpha_3 = \frac{\alpha(C+V) - \alpha_1(C_1t + V_1) - \alpha_2(C_2t + V_2)}{C_3t + V_3} \qquad \text{(формула (90))} \tag{103}$$

В **Таблице 3** представлен результат решения задачи трансформирования в Модели-2. **Расчётный алгоритм приведён на листе ‘Model-2’ в книге-приложении Excel.** Чёрным жирным цветом отмечены произвольно задаваемые параметры. Одинаковым цветом отмечены равные величины. Из этого примера мы видим, что нетривиальные условия баланса могут не выполняться и значит, их выполнение не является необходимым условием существования решения задачи трансформирования в Модели-2. Если теперь привести Модель-2 к форме Модели-1, разбив второе подразделение на две части с одинаковым органическим строением и выпусками, равными V и M_V, то структура стоимостной матрицы полученной Модели-1 окажется такой, что при трансформировании в Модели-1 к ценам производства будут выполнены все правила трансформирования[7]. После трансформирования внутри Модели-1 мы получим симметричную матрицу общественного воспроизводства в ценах производства. Таким образом, хотя в Модели-2 возможно трансформирование, при котором не выполняются нетривиальные условия баланса, приведение Модели-2 к Модели-1 всегда приводит после трансформирования внутри Модели-1 к

[7] Эта структура дана в Таблице 6 на стр. 17 статьи Пушной (2011).

симметричной матрице общественного воспроизводства в ценах производства, что означает выполнение условий нетривиального баланса в Модели-1. Числовой пример приведения к Модели-1 с последующим трансформированием представлен в **Таблице 4.** Модель-1, рассчитанная на основе структурных коэффициентов Таблицы 6 из статьи Пушной (2011), приведена в **Таблице 5** ниже. Мы видим, что при трансформировании внутри Модели-1, полученной из Модели-2, меняется значение коэффициента z, который для Модели-1 всегда равен единице.

Таблица 3. Числовой пример решения задачи трансформирования в Модели-2[8].

Labor commanded								
	C	V	Mv	Mm	M	W	Cx+Vy	alpha
I	**420.00**	**300.00**	539.83	162.85	702.68	1422.68	750.62	**0.70**
II	428.30	**940.00**	403.23	662.29	1065.53	2433.83	1308.27	**0.30**
III	351.70	**225.00**	464.24	111.56	575.79	1152.50	606.11	0.75
SUM:	**1200.00**	1465.00	1407.30	936.70	**2344.00**	**5009.00**	2665.00	0.60

Labor cost						
	C	V	M	W	**Parameters of transformation**	
I	420.00	300.00	480.00	**1200.00**	x =	1.1757
II	428.30	940.00	1504.00	**2872.30**	y =	0.8561
III	351.70	225.00	360.00	**936.70**	z =	1.2162
SUM:	**1200.00**	1465.00	**2344.00**	**5009.00**	t =	1.3733
m =	1.60	**V+Mv =**	**2872.30**		r =	0.8795
r =	0.88	**Mm =**	**936.70**		m =	1.6

Prices of production							
	C'	V'	M'v = y*Mv	M'm = Mm*z	P = M'v + M'm	P = r*(C'x+V'y)	W'
I	493.79	256.83	462.14	198.06	660.20	660.20	**1410.82**
II	503.54	804.73	345.21	805.48	1150.69	1150.69	**2458.96**
III	413.49	192.62	397.43	135.67	533.11	533.11	**1139.22**
SUM:	**1410.82**	1254.18	1204.78	1139.22	**2344.00**	**2344.00**	**5009.00**
		V' + M'v =	**2458.96**				
		M'm =	**1139.22**				

[8] Смотри Excel-приложение, лист ‘Model-2’.

Таблица 4. Приведение Модели-2 к Модели-1. Приведённая Модель-1 через параметры Таблицы 6 (Пушной (2011), , стр.17)[9].

Модель-2 в стоимостях в форме labor cost				
	C	V	M	W
I	420.00	300.00	480.00	**1200.00**
Iia	218.45	479.44	767.11	**1465.00**
IIIb	209.85	460.56	736.89	**1407.30**
III	351.70	225.00	360.00	**936.70**
	1200.00	**1465.00**	**2344.00**	**5009.00**
Модель-1 в стоимостях в форме labor cost				
	C	V	M	W
I'	420.00	300.00	480.00	**1200.00**
II'	218.45	479.44	767.11	**1465.00**
III'	561.55	685.56	1096.89	**2344.00**
	1200.00	**1465.00**	**2344.00**	**5009.00**
Модель-1 в ценах производства				
	C'	V'	M'	W'
I''	493.79	**256.83**	**660.20**	**1410.82**
II''	**256.83**	410.45	**586.90**	**1254.18**
III''	**660.20**	**586.90**	1096.89	**2344.00**
	1410.82	**1254.18**	**2344.00**	**5009.00**
Приведённая Модель-1 через параметры (labor commanded)				
	C	V	M	W
I'	420.00	300.00	660.20	**1380.20**
II'	218.45	479.44	586.90	**1284.80**
III'	561.55	685.56	1096.89	**2344.00**
	1200.00	**1465.00**	**2344.00**	**5009.00**
Модель-1 через параметры (labor cost)				
	C	V	M	W
I'	420.00	300.00	480.00	**1200.00**
II'	218.45	479.44	767.11	**1465.00**
III'	561.55	685.56	1096.89	**2344.00**
	1200.00	**1465.00**	**2344.00**	**5009.00**
Коэффициенты структуры стоимостной матрицы в Таблице 6, стр. 17 статьи Пушной (2011).				
a	0.6578	t	1.37330701	
b	0.468	y	0.85609606	
C	1200.00	x	1.17568273	
k	1.2208	r	0.87954972	
z	1			
m	1.6			

[9] Смотри Excel-приложение, лист 'Model-2'.

IV. ЗАДАЧА ТЕКУЩЕГО ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ В МОДЕЛИ-2 С УЧЁТОМ ТРУДА КАПИТАЛИСТОВ.

В Модели-2 капиталисты расходуют свою прибыль на жизненные средства и предметы роскоши. Рабочие расходуют свою зарплату только на жизненные средства. Стоимость жизненных средств, покупаемых рабочими, равна стоимости рабочей силы и пропорциональна труду рабочих. В этой главе мы **рассмотрим Модель-2, предположив, что стоимость жизненных средств, покупаемых капиталистами, равна стоимости рабочей силы капиталистов, выполняющих труд по организации и управлению производством.** В этом случае нетривиальные условия баланса в Модели-2 являются не только достаточными, но и необходимыми условиями существования решения задачи трансформирования в этой модели.

Докажем, что симметрия матрицы входящих потоков является необходимым условием существования решения задачи трансформирования в Модели-2. Достаточность этого условия была доказана в нашей статье, где приведён алгоритм решения этой задачи (Пушной (2011), стр.55-57 и Excel приложение к этой статье – лист 'Mod-2'). Матрица входящих потоков (стоимостная форма labor commanded) показывает разложение (по стоимости) **покупаемой** каждым подразделением продукции на три части: средства производства, предметы потребления рабочих и предметы потребления (жизненные средства и роскошь) капиталистов.

Матрицы общественного воспроизводства Модели-2 и соответствующая матрица входящих потоков приведены в **Таблицах 5 и 6.**

Таблица 5. Матрица общественного воспроизводства в форме "labor commanded" в модели-2.

	C	V	M_V	M_m
I	C_1	V_1	M_{1V}	M_{1m}
IIa	C_2	V_2	M_{2V}	M_{2m}
IIb	C_3	V_3	M_{3V}	M_{3m}

Таблица 6. Матрица входящих потоков в модели-2.

	C	$V+M_V$	M_m
I	C_1	V_1+M_{1V}	M_{1m}
IIa	C_2	V_2+M_{2V}	M_{2m}
IIb	C_3	V_3+M_{3V}	M_{3m}

В матрице входящих потоков объединены в один столбец жизненные средства, покупаемые рабочими и капиталистами каждого подразделения. Отметим, что по своей математической форме матрица входящих потоков Модели-2 (**Таблица 6**) эквивалентна матрице общественного воспроизводства в Модели-1 в форме "labor commanded", если рассматривать второй столбец $V+M_V$ как «стоимость рабочей силы» рабочих и капиталистов, а третий столбец M_m как прибавочную стоимость. Прибавочная стоимость M_V, согласно сделанному в этой главе предположению, является стоимостью рабочей силы капиталистов, выполняющих труд управления и организации производства.

Рассмотрим Модель-1, в которой стоимости рабочей силы задаются элементами столбца $V+M_V$. **Таблица 6** даёт нам стоимостное строение в Модели-1 в форме “labor commanded”, то есть через стоимости товаров, покупаемых каждым подразделением. Поскольку обмен происходит по ценам производства, «нормы прибавочной стоимости» в разных подразделениях не одинаковы и равны:

$$m_1 = \frac{M_{1m}}{V_1 + M_{1V}}; \qquad m_2 = \frac{M_{2m}}{V_2 + M_{2V}}; \qquad m_3 = \frac{M_{3m}}{V_3 + M_{3V}} \tag{104}$$

При сделанных предположениях, задача трансформирования в Модели-2 математически эквивалентна задаче трансформирования в Модели-1 для экономики с «нормами прибавочной стоимости»[10], определяемыми посредством равенств (104) и стоимостями рабочей силы, определяемыми элементами столбца $V+M_V$. Имея в виду эту аналогию, мы можем сначала решить задачу трансформирования в Модели-1[11]. Такой математической приём позволяет упростить решение задачи трансформирования в Модели-2, сводя её к задаче в Модели-1. Ниже будет доказано, что решение существует, только если выполняются условия нетривиального баланса Модели-2. А именно, мы докажем, что для существования решения задач трансформирования необходимо выполнение равенства:

$$xC_2 = y\left(V_1 + M_{1V}\right) \text{ или } t \equiv \frac{x}{y} = \frac{V_1 + M_{1V}}{C_2} \tag{105}$$

Данное равенство является одним из нетривиальных условий баланса для Модели-2, из которого, в условиях простого воспроизводства, вытекают и два других нетривиальных условия баланса для этой модели. Достаточно поэтому доказать лишь выполнение условия (105).

Напишем произвольную матрицу общественного воспроизводства Модели-1 в форме “labor commanded” с произвольными «нормами прибавочной стоимости» $m_1; m_2; m_3$ (**Таблица 7**). Здесь символ $\tilde{V}$ означает $V+M_V$ Модели-2. Условие (105) нетривиального баланса для Модели-2 можно записать в форме нетривиального условия баланса Модели-1:

$$xC_2 = y\tilde{V}_1 \qquad \text{или} \qquad t \equiv \frac{x}{y} = \frac{\tilde{V}_1}{C_2} \tag{106}$$

Будем решать задачу трансформирования, исходя из этой произвольной матрицы общественного воспроизводства Модели-1. Мы не накладываем на экономику никаких дополнительных ограничений кроме тривиальных условий баланса. Трансформирование приводит к матрице в ценах производства – **Таблица 8.**

[10] Это, конечно, не нормы прибавочной стоимости в точном определении этого термина, а лишь отношения стоимости предметов роскоши к стоимости жизненных средств, покупаемых в подразделениях рабочими и капиталистами при обмене товаров по ценам производства. Таблица 7 – это стоимостная матрица в форме “labor commanded”, тогда как истинные нормы прибавочной стоимости фиксируются внутри стоимостной матрицы в форме “labor cost”.

[11] Решение для Модели-1 это уже было получено в статье Пушной (2011), а в главе I данной статьи нами доказано, что условие симметрии матрицы в ценах производства является необходимым условием для существования решения задачи трансформирования. Можно поэтому просто воспользоваться готовым результатом, но в этой главе мы дадим ещё одно доказателььство необходимости выполнения условия симметрии матрицы в ценах производства в Модели-1.

Таблица 7. Матрица общественного воспроизводства в форме “labor commanded” с произвольными нормами прибавочной стоимости.

	C	$\tilde{V}$	M	W
I	C_1	$\tilde{V}_1$	$M_1 = m_1\tilde{V}_1$	C
IIa	C_2	$\tilde{V}_2$	$M_2 = m_2\tilde{V}_2$	$\tilde{V}$
Iib	C_3	$\tilde{V}_3$	$M_3 = m_3\tilde{V}_3$	M

Таблица 8. Матрица общественного воспроизводства в ценах производства.

	C'	$\tilde{V}'$	M'	W
I	xC_1	$y\tilde{V}_1$	$r\left(xC_1 + y\tilde{V}_1\right)$	xC
IIa	xC_2	$y\tilde{V}_2$	$r\left(xC_2 + y\tilde{V}_2\right)$	$y\tilde{V}$
Iib	xC_3	$y\tilde{V}_3$	$r\left(xC_3 + y\tilde{V}_3\right)$	$z\tilde{M}$

Используем обозначения:

$$C \equiv C_1 + C_2 + C_3 \quad (107)$$

$$\tilde{V} \equiv \tilde{V}_1 + \tilde{V}_2 + \tilde{V}_3 \quad (108)$$

$$M \equiv M_1 + M_2 + M_3 \quad (109)$$

$$W \equiv C + \tilde{V} + M \quad (110)$$

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ:

(1) БАЛАНС В СТОИМОСТЯХ:

$$C_2 + C_3 = \tilde{V}_1 + M_1 \quad (111)$$

$$\tilde{V}_1 + \tilde{V}_3 = C_2 + M_2 \quad (112)$$

$$M_1 + M_2 = C_3 + V_3 \quad (113)$$

(2) БАЛАНС В ЦЕНАХ ПРОИЗВОДСТВА:

$$\left(xC_1 + y\tilde{V}_1\right)\left(1 + r\right) = xC \quad (114)$$

$$\left(xC_2 + y\tilde{V}_2\right)\left(1 + r\right) = y\tilde{V} \quad (115)$$

$$\left(xC_3 + y\tilde{V}_3\right)\left(1 + r\right) = zM \quad (116)$$

(3) ПРАВИЛА ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ:

$$M = r\left(xC + y\tilde{V}\right) \quad (117)$$

$$C + V + M = xC + y\tilde{V} + zM \quad (118)$$

Отметим, что уравнения для цен производства в рассматриваемом случае отличаются от обычного определения, так как **расходы по оплате рабочей силы капиталиста учитываются как составная часть общих расходов на заработную плату.** Кроме того, правило трансформирования уравнивает стоимость и цену производства лишь той прибыли, которая расходуется на предметы роскоши, так как другая часть прибыли, являясь зарплатой капиталиста за его труд по управлению предприятием, лишь формально относится к прибыли капиталиста как собственника. Эту часть прибыли капиталист получает не как собственник своего предприятия, а как генеральный директор и топ-менеджер собственного предприятия.

Капиталист выполняет труд по управлению и организации производства – труд, который может выполнять и нанятый директор предприятия. В случае найма директора, расходы по оплате его труда входят в фонд заработной платы, как и труд всех других работников. Беря на себя труд по управлению, капиталист снижает свои расходы по оплате труда наёмных рабочих, но при этом он вынужден сам выполнять соответствующие трудовые функции. Как любой работник, труд которого необходим для производства продукта, капиталист создаёт стоимость, затрачивая при этом свою рабочую силу. Согласно сделанному предположению, капиталист восстанавливает свою рабочую силу, выплачивая самому себе ту зарплату, которую он в другом случае заплатил бы нанятому им директору. На практике такое начисление заработной платы самому себе как директору собственного предприятия является необходимым условием ведения бизнеса. Никакое предприятие не может существовать без директора. Мы рассматриваем в этой главе экономику, в которой роль директора выполняет собственник капитала[12]. Он несёт всю ответственность за своё предприятие в качестве директора и фигурирует в уставных документах предприятия. Ему по закону положена определённая зарплата, которую он вынужден сам себе начислять уже по одной этой причине. Эти необходимые, требуемые законодательством, расходы по оплате директора входят в общий фонд заработной платы и, следовательно, также в расчёт применяемого капитала, на который начисляется прибыль. Понятно, что при таком учёте части прибыли в качестве зарплаты – эта часть прибыли не может уже учитываться как «прибыль» от собственности. Поэтому при сделанных выше предположениях, **доход капиталистов, расходуемый ими на покупку жизненных средств, должен учитываться как заработная плата капиталиста-предпринимателя, а под прибылью в этом случае следует понимать доход капиталистов, который они тратят на приобретение предметов роскоши.**

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ:

Складывая левые и правые части системы (114)-(116) и учитывая (107)-(108), получим:

$$r\left(xC + y\tilde{V}\right) = zM \tag{119}$$

Первое правило трансформирования выполняется, если:

$$z = 1 \tag{120}$$

Подставив $z = 1$ в (118), получим вторую формулировку второго правила трансформирования:

$$C + V = xC + y\tilde{V} \tag{121}$$

Подставив (120) и (121) в (119), получим третью формулировку второго правила трансформирования:

$$r = \frac{M}{C + V} \tag{122}$$

Таким образом, если выполняется первое правило трансформирования, то второе правило трансформирования может быть задано тремя математически эквивалентными формулами: (118), (121) или (122).

---

[12] Это, конечно, идеализированный случай, который в то же время едва ли является чрезмерно сильной идеализацией реальной экономической ситуации. Подавляющее большинство мелких и средних капиталистов так или иначе активно участвуют в работе своего предприятия, часто в роли директоров, и это участие бывает всегда отражено в бухгалтерском балансе, где оплата директора учитывается точно так же, как любого другого работника, в фонде оплаты труда.

Вводим обозначение:

$$t = \frac{x}{y} \tag{123}$$

Уравнения (114)-(116) переписываем в виде:

$$\left(tC_1 + \tilde{V}_1\right)\left(1+r\right) = tC \tag{124}$$

$$\left(tC_2 + \tilde{V}_2\right)\left(1+r\right) = \tilde{V} \tag{125}$$

$$\left(tC_3 + \tilde{V}_3\right)\left(1+r\right) = \frac{M}{y} \tag{126}$$

Из уравнений (124)-(125) получим квадратное уравнение:

$$\left(CC_2\right)t^2 + \left(\tilde{V}_2 C - \tilde{V} C_1\right)t - \tilde{V}\tilde{V}_1 = 0 \tag{127}$$

Это уравнение имеет один положительный и один отрицательный корень. Искомое значение t^* - положительный корень уравнения (127).

$$t^* = \frac{\tilde{V}C_1 - \tilde{V}_2 C + \sqrt{\left(\tilde{V}C_1 - \tilde{V}_2 C\right)^2 + 4CC_2\tilde{V}V}}{2CC_2} \tag{128}$$

Из уравнения (124) находим:

$$r = \frac{Ct^*}{C_1 t^* + \tilde{V}_1} - 1 \tag{129}$$

Из уравнения (126) находим:

$$y = \frac{M}{\left(1+r\right)\left(C_3 t^* + \tilde{V}_3\right)} \tag{130}$$

Наконец, из определения (123) находим:

$$x = y \cdot t^* \tag{131}$$

Формулы (128)-(131) дают решение системы уравнений (114)-(116) при условии выполнения первого правила трансформирования (117). Из самого алгоритма построения этого решения ясно, что оно однозначно и полностью определено данными соотношениями. При этом второе правило трансформирования не было использовано при построении этого решения. Это значит, что при произвольном задании элементов стоимостной матрицы полученное решение, вообще говоря, не будет удовлетворять второму правилу трансформирования. Рассмотрим теперь условие, которое необходимо наложить на элементы стоимостной матрицы, чтобы построенное решение удовлетворяло бы второму условию трансформирования.

Второе правило трансформирования может быть задано тремя математически эквивалентными способами – формулы (118), (121) и (122).

Возьмём формулу (121) и подставим в (130):

$$y = \frac{C + \tilde{V}}{Ct^* + V} = \frac{M}{\left(1+r\right)\left(C_3 t^* + \tilde{V}_3\right)} \tag{132}$$

Учитывая (129), получим квадратное уравнение:

$$\left[C\left(C+\tilde{V}\right)C_3 - MCC_1\right]\left(t^*\right)^2 + \left[C\left(C+\tilde{V}\right)\tilde{V}_3 - M\left(\tilde{V}C_1 + C\tilde{V}_1\right)\right]t^* - M\tilde{V}\widehat{V}_1 = 0 \tag{133}$$

Возьмём формулу (122). Подставив её в (129), получим после простых преобразований уравнение:

$$t = \frac{\tilde{V}_1 W}{C\left(C+\tilde{V}\right) - C_1 W} \tag{134}$$

Мы видим, что кроме уравнения (127) t^* удовлетворяет также уравнению (133). Это возможно лишь в двух случаях: 1) если оба корня уравнений (127) и (133) совпадают – и тогда коэффициенты в этих квадратных уравнениях отличаются лишь множителем, 2) если совпадет лишь один корень этих квадратных уравнений – и тогда этот корень будет также корнем линейного уравнения, которое следует из уравнений (127) и (133).

Рассмотрим сначала первый случай. Умножая уравнение (127) на M, получим:

$$\left(MCC_2\right)t^2 + M\left(\tilde{V}_2 C - \tilde{V} C_1\right)t - M\tilde{V}\tilde{V}_1 = 0 \tag{135}$$

Поскольку корни уравнений (133) и (135) одинаковы, эти уравнения должны тождественно совпадать.

$$MCC_2 = C\left(C+\tilde{V}\right)C_3 - MCC_1 \tag{136}$$

$$M\left(\tilde{V}_2 C - \tilde{V} C_1\right) = C\left(C+\tilde{V}\right)\tilde{V}_3 - M\left(\tilde{V} C_1 + C\tilde{V}_1\right) \tag{137}$$

Из уравнения (136) находим:

$$M = \left(C+\tilde{V}\right)\cdot\frac{C_3}{C_1+C_2} \tag{138}$$

Из уравнения (137) находим:

$$M = \left(C+\tilde{V}\right)\cdot\frac{\tilde{V}_3}{\tilde{V}_1+\tilde{V}_2} \tag{139}$$

Приравнивая правые части (138) и (139), получаем:

$$\frac{C_3}{C_1+C_2} = \frac{\tilde{V}_3}{\tilde{V}_1+\tilde{V}_2} \tag{140}$$

Это условие можно записать в виде равенств органических строений:

$$k_3 = \frac{C_3}{\tilde{V}_3} = \frac{C_1+C_2}{\tilde{V}_1+\tilde{V}_2} = \frac{C}{\tilde{V}} = k \tag{141}$$

Подставим (138) в (110):

$$W = \frac{\left(C+\tilde{V}\right)C}{C_1+C_2} \tag{142}$$

Подставим (142) в (134):

$$t = \frac{\tilde{V}_1 W}{C\left(C+\tilde{V}\right) - C_1 W} = \frac{\tilde{V}_1\left(C+\tilde{V}\right)C}{C\left(C+\tilde{V}\right)\left(C_1+C_2\right) - C_1\left(C+\tilde{V}\right)C} = \frac{\tilde{V}_1}{C_2} \tag{143}$$

Условие (54) нетривиального баланса тем самым доказано.

Одновременно мы доказали также, что это условие математически эквивалентно равенству стоимостных органических строений третьего подразделения и всей экономики – формулы (141).

Рассмотрим теперь второй случай, когда в уравнениях (133) и (135) только один общий корень. Вычитая одно уравнение из другого, приходим к линейному уравнению:

$$\underbrace{t\cdot\left(\left(C+\tilde{V}\right)C - W\left(C_1+C_2\right)\right)}_{(I)} = \underbrace{W\left(\tilde{V}_1+\tilde{V}_2\right) - \left(C+\tilde{V}\right)\tilde{V}}_{(II)} \tag{144}$$

Если выполнены условия (141) для органических строений, то члены (I) и (II) в уравнении (144) равны нулю. Это значит, что при условии (141) совпадают оба корня уравнений (133) и (135). Этот случай уже рассмотрен.

Из (144) и (134) получаем квадратное уравнение для W:

$$\left(\tilde{V}_1 C_2 - \tilde{V}_2 C_1\right) W^2 + \left(C + \tilde{V}\right)\left(C_1 \tilde{V} + C \tilde{V}_2\right) W - \tilde{V} C \left(\tilde{V} + C\right)^2 = 0 \qquad (145)$$

Докажем, что это уравнение выполняется лишь в двух случаях: 1) если органическое строение третьего подразделения равно срнеднему органическому строению $k_3 = k$ или 2) если органическое строение третьего подразделения равно минус единице $k_3 = -1$. Второй случай не является реалистичным – следовательно, все возможные решения исчерпываются слукчаем $k_3 = k$ - условие, которое математически эквивалентно симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства.

Уравнение (145) перепишем в новых переменных:

$$\alpha_1 = \frac{V_1}{V}; \qquad \alpha_2 = \frac{V_2}{V}; \qquad \alpha_3 = \frac{V_3}{V} \qquad (146)$$

$$k_1 = \frac{C_1}{V_1}; \qquad k_2 = \frac{C_2}{V_2}; \qquad k_3 = \frac{C_3}{V_3}; \qquad k = \frac{C}{V} \qquad (147)$$

Тогда имеем:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1 \qquad (148)$$

$$\alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2 + \alpha_3 k_3 = k \qquad (149)$$

$$m = \frac{C - C_1}{V_1} - 1 = \frac{k}{\alpha_1} - k_1 - 1 \qquad (150)$$

Условия тривиального баланса в новых переменных:

$$V_1(1+m) = C_2 + C_3 \Rightarrow \alpha_1 V\left(\frac{k}{\alpha_1} - k_1\right) = \left(\alpha_2 k_2 + \alpha_3 k_3\right) V \qquad (151)$$

То есть, первое условие сводится к равенству (149).

$$C_2 + mV_2 = V_1 + V_3 \Rightarrow \alpha_2 \cdot \left[k + \alpha_1\left(k_2 - k_1\right)\right] = \alpha_1 \qquad (152)$$

Уравнение (145) в новых переменных принимает вид:

$$\alpha_2\left(k_2 - k_1\right)\left[\alpha_1\left(k - k_1\right) + k\right]^2 + (1+k)\left(\alpha_1 k_1 + \alpha_2 k\right)\left[\alpha_1\left(k - k_1\right) + k\right] - \\ -\alpha_1 k (1+k)^2 = 0 \qquad (153)$$

Получим выражения для $k_1; k_2$ при условии $k_3 = k$. Обозначим эти выражения $k_1^*; k_2^*$. В этом случае имеем, учитывая (148)-(149):

$$\alpha_1 k_1^* + \alpha_2 k_2^* = \left(1 - \alpha_3\right) k = \left(\alpha_1 + \alpha_2\right) k$$

(154)

Выразив из (154) k_2^* и подставив в (152), найдём выражение k_1^* через k.

$$k_1^* = \frac{k \cdot \left[\alpha_1\left(\alpha_1 + \alpha_2\right) + \alpha_2\right] - \alpha_1}{\alpha_1\left(\alpha_1 + \alpha_2\right)} \qquad (155)$$

Подставив (155) в (154), получим выражение для k_2^* через k.

$$k_2^* = \frac{k\alpha_2\left(\alpha_1+\alpha_2-1\right)+\alpha_1}{\alpha_2\left(\alpha_1+\alpha_2\right)} \tag{156}$$

Если теперь выражения (155)-(156) подставить в уравнение (153), то левая часть обратится в ноль. Мы опускаем довольно длинные выкладки. Убедиться, что это действительно так можно, используя программу Mathematica 8.1. В Приложении MathArxive приведён текст программы **Trans14-2**, где результатом упрощения выражения (153) является ноль.

Пусть теперь органическое строение третьего подразделения отличается от среднего по экономике на величину x:

$$k_3 = k + x \tag{157}$$

Повторяя приведённые выше рассуждения, для новых значений $k_1;k_2$ при условии (157) получим следующие выражения:

$$k_1 = k_1^* - \Delta\,; \quad k_2 = k_2^* - \Delta\,; \quad \Delta = x\cdot\frac{\alpha_3}{1-\alpha_3} = x\cdot\frac{1-\alpha_1-\alpha_2}{\alpha_1+\alpha_2} \tag{158}$$

Подставив (158) в (153) и выделив после раскрытия скобок выражение (153), в котором стоят $k_1^*;k_2^*$, получим:

$$\begin{aligned}&\underbrace{\alpha_2\left(k_2^*-k_1^*\right)\left[\alpha_1\left(k-k_1^*\right)+k\right]^2+\left(1+k\right)\left(\alpha_1k_1^*+\alpha_2k\right)\left[\alpha_1\left(k-k_1^*\right)+k\right]-\alpha_1k\left(1+k\right)^2}_{\text{обращается в ноль}}+\\&+\Delta\cdot\left\{\alpha_2\left(k_2^*-k_1^*\right)\cdot\left[2\alpha_1^2\left(k-k_1^*\right)+2\alpha_1k+\alpha_1^2\Delta\right]-\alpha_1\left(1+k\right)\left[\alpha_1\left(k-k_1^*\right)+k\right]+\right.\\&\left.+\alpha_1\left[\left(1+k\right)\left(\alpha_1k_1^*+\alpha_2k\right)-\alpha_1\left(1+k\right)\Delta\right]\right\}=0\end{aligned} \tag{159}$$

Поскольку первый член, выделенный нижней фигурной скобкой, обращается в ноль, как мы только что это доказали, а оставщаяся часть представляет произведение $\Delta\cdot F$, где F - множитель в фигурных скобках, то уравнение выполняется, когда либо $\Delta=0$, либо $F=0$. В первом случае мы опять приходим к случаю $k_3=k$.

Рассмотрим второй случай. Подставляя в уравнение $F=0$ выражение $\Delta = x\cdot\frac{1-\alpha_1-\alpha_2}{\alpha_1+\alpha_2}$, разрешаем это уравнение относительно величины x. После довольно длинных преобразований получим следующий результат:

$$x = -1-k \tag{160}$$

Подставив (160) в (157), находим значение k_3, при котором $F=0$. В программе **Trans14-2 пакета Mathematica 8.1**[13] приведён алгоритм решения уравнения $F=0$.

Таким образом, мы доказали, что условие $k_3=k$ исчерпывает всё множество реалистичных решений и что условие это математически эквивалентно симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства.

При сделанных в этой главе предположениях (M_V - стоимость рабочей силы капиталистов, выполняющих труд по управлению), условие симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства в Модели-1 будет равносильно выполнению нетривиальных условий баланса в Модели-2.

Таким образом, **выполнение нетривиальных условий баланса в Модели-2 следует из сделанного выше предположения, что потребление жизненных средств капиталистами можно**

[13] Тексты программ в Mathematica 8.1 собраны в папке-приложении MathArxive данной статьи.

рассматривать как оплату их труда по управлению предприятиями. В этом случае Модель-2 сводится к Модели-1, в которой задача трансформирования имеет решение, если только выполняется условие $k_3 = k$, из которого вытекает симметрия матрицы общественного воспроизводства в ценах производства. Симметрия этой матрицы означает выполнение нетривиальных условий баланса в Модели-1 и, как следствие, выполнение нетривиальных условий баланса в исходной Модели-2, из которой Модель-1 была получена.

V. ОБРАТНОЕ ТРАНСФОРМИРОВАНИЕ ЦЕН ПРОИЗВОДСТВА В СТОИМОСТИ (МОДЕЛЬ-1).

Термин «обратное трансформирование» означает преобразование цен производства в стоимости. Ниже дана математическая постановка этой задачи в Модели-1 и приведено решение. Главный результат состоит в том, что **реалистичное решение задачи обратного трансформирования существует лишь для симметричных матриц общественного воспроизводства (в ценах производства).**

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОБРАТНОГО ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ:

В этой главе символы $C;V$ обозначают цены производства. Множители $x;y$ задают коэффициенты перехода от цен производства к стоимостям.

Прежде всего, запишем общий вид матрицы общественного воспроизводства в ценах производства:

Таблица 9. Матрица общественного воспроизводства (в ценах производства) в общем виде.

	C	V	P	W
I	C_1	V_1	$r\left(C_1+V_1\right)$	$\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)$
II	C_2	V_2	$r\left(C_2+V_2\right)$	$\left(1+r\right)\left(C_2+V_2\right)$
III	$C_3 =$ $\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)-C_1-C_2$	$V_3 =$ $\left(1+r\right)\left(C_2+V_2\right)-V_1-V_2$	$r\left(C_3+V_3\right)=$ $r^2\left(C_1+V_1+C_2+V_2\right)$	$\left(1+r\right)\left(C_3+V_3\right)=$ $r\left(1+r\right)\left(C_1+V_1+C_2+V_2\right)$

Параметры $C_1;C_2;V_1;V_2;r$ задаются произвольно. Условие реалистичности матрицы накладывает следующие ограничения:

$$\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)>C_1+C_2 \tag{161}$$

$$\left(1+r\right)\left(C_2+V_2\right)>V_1+V_2 \tag{162}$$

Из (161)-(162) следует:

$$r>\max\left\{\frac{C_2-V_1}{C_1+V_1};\frac{V_1-C_2}{C_2+V_2}\right\}>0 \tag{163}$$

Из неравенств (163) в частности следует, что при любых заданных значениях $C_1;C_2;V_1;V_2$ минимальное значение нормы прибыли $r_{\min}=\max\left\{\frac{C_2-V_1}{C_1+V_1};\frac{V_1-C_2}{C_2+V_2}\right\}$ равно нулю, если только выполняется равенство $V_1=C_2$. В реальности, как мы знаем из опыта, норма прибыли может опускаться до нуля, не нарушая реалистичности матрицы общественного воспроизводства. Это соображение могло бы служить доводом в пользу принятия условия симметрии матрицы в ценах производства, но при внимательном рассмотрении можно заметить, что снижение нормы прибыли при фиксированных $C_1;C_2;V_1;V_2$ может происходить лишь одновременно с изменением строения капитала ($C_3:V_3$) третьего подразделения и изменении технологий – коэффициентов обобщённой матрицы Леонтьева. Детальный анализ динамических свойств модели при фиксированных значениях $C_1;C_2;V_1;V_2$ - тема отдельного исследования.

Структура матрицы в **Таблице 9** описывает все возможные случаи сбалансированного простого воспроизводства при обмене товаров по ценам производства. Мы покажем ниже, что не все эти матрицы можно «обратно трансформировать» в стоимости, соблюдая правила трансформирования Маркса. Мы докажем, что необходимым условием для такой трансформации является равенство $V_1 = C_2$, эквивалентное симметрии матрицы общественного воспроизводства **Таблицы 9.**

Составим матрицу общественного воспроизводства в стоимостях, **помечая стоимостные величины штрихом сверху.** Символ m обозначает норму прибавочной стоимости.

Таблица 10. Матрица общественного воспроизводства (в стоимостях), полученная путём «обратного трансформирования» матрицы **Таблицы 9**.

	C'	V'	P'	W'
I	xC_1	yV_1	myV_1	$xC_1 + (1+m)yV_1$
II	xC_2	yV_2	myV_2	$xC_2 + (1+m)yV_2$
III	$xC_3 =$ $x\cdot[(1+r)(C_1+V_1)-C_1-C_2]$	$yV_3 =$ $y\cdot[(1+r)(C_2+V_2)-V_1-V_2]$	$myV_3 =$ $my\cdot[(1+r)(C_2+V_2)-V_1-V_2]$	$W_3' = xC_3 + (1+m)yV_3$

В последней ячейке стоит довольно длинное выражение:

$$W_3' = x\cdot[(1+r)(C_1+V_1)-C_1-C_2] + (1+m)\,y\cdot[(1+r)(C_2+V_2)-V_1-V_2] \tag{164}$$

УСЛОВИЯ БАЛАНСА В СТОИМОСТЯХ:

$$x(C_2 + C_3) = yV_1(1+m) \tag{165}$$

$$y(V_1 + V_3) = xC_2 + ymV_2 \tag{166}$$

Третье условие баланса (167) следует из (165)-(166): складывая, получим:

$$xC_3 + yV_3 = my(V_1 + V_2) \tag{167}$$

ПРАВИЛА ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ:

$$xC + yV = C + V \tag{168}$$

$$myV = r(1+r)(C_1 + V_1 + C_2 + V_2) \tag{169}$$

Условие (168) следует из условия равенства стоимости и цены производства всей произведённой продукции и условия (169), которое выражает равенство прибыли и прибавочной стоимости.

Имеем ЧЕТЫРЕ независимых уравнения (165), (166), (168) и (169) относительно ТРЁХ неизвестных $x; y; m$. Система имеет решение лишь при некоторой зависимости между коэффициентами системы, которая является условием совместности уравнений системы.

Уравнения (165) и (166) переписываем, вводя новую переменную $t = \frac{x}{y}$:

$$t(C_2 + C_3) = V_1(1+m) \tag{170}$$

$$V_1 + V_3 = tC_2 + mV_2 \tag{171}$$

Решая систему (170)-(171), получаем:

$$m = \frac{(V_1 + V_3)(C_2 + C_3) - V_1C_2}{V_1C_2 + V_2(C_2 + C_3)} \tag{172}$$

$$t = \frac{V_1(1+m)}{C_2 + C_3} \tag{173}$$

Из (168) находим:

$$y=\frac{C+V}{Ct+V} \tag{174}$$

Отсюда находим:

$$x=ty \tag{175}$$

Таким образом, решение задачи полностью определяется ЛИШЬ ТРЕМЯ уравнениями. При этом четвёртое уравнение (169) может не выполняться. Чтобы удовлетворить условию (169), необходимо специальным образом выбрать норму прибыли. Уравнение (169) определяет выбор нормы прибыли при произвольных значениях $C_1;C_2;V_1;V_2$. Из третьей строки **Таблицы 10** мы видим, что C_3 и V_3 зависят от нормы прибыли. В то же время C_3 и V_3 входят в формулы (172)-(174). Таким образом, правило трансформирования (169) является уравнением относительно r.

Это уравнение после подстановки в него выражений (172)-(174) и замены C_3 и V_3 выражениями из **Таблицы 9** (третья строка) сводится к следующему виду:

$$\left(C_1+V_1\right)\left(V_1-C_2\right)\left(1+r\right)=0 \tag{176}$$

Реалистичным решениям соответствует условие $V_1=C_2$.

Приведены детали выкладок.

$$1+m=\frac{V\left(C_2+C_3\right)}{V_1C_2+V_2\left(C_2+C_3\right)}=\frac{V\cdot\left[\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)-C_1\right]}{V_1C_2+V_2\cdot\left[\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)-C_1\right]} \tag{177}$$

$$t=\frac{VV_1}{V_1C_2+V_2\left(C_2+C_3\right)}=\frac{VV_1}{V_1C_2+V_2\cdot\left[\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)-C_1\right]} \tag{178}$$

$$y=\frac{\left(C+V\right)\left(V_1C_2+V_2\left(C_2+C_3\right)\right)}{V\cdot\left(CV_1+V_1C_2+V_2\left(C_2+C_3\right)\right)}=\frac{\left(C+V\right)\cdot\left[V_1C_2+V_2\cdot\left[\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)-C_1\right]\right]}{V\cdot\left[CV_1+V_1C_2+V_2\cdot\left[\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)-C_1\right]\right]} \tag{179}$$

$$x=\frac{\left(C+V\right)V_1}{\left[CV_1+V_1C_2+V_2\cdot\left[\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)-C_1\right]\right]} \tag{180}$$

Подставив в левую часть (169), получим:

$$Vmy=\left(C+V\right)\cdot\frac{V_1C_3+V_3\left(C_2+C_3\right)}{V_1\left(C_1+2C_2+C_3\right)+V_2\left(C_2+C_3\right)}=$$
$$\left(C+V\right)\cdot\frac{V_1\left[\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)-C_1-C_2\right]+\left[\left(1+r\right)\left(C_2+V_2\right)-V_1-V_2\right]\left[\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)-C_1\right]}{V_1\left(C_2+\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)\right)+V_2\left[\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)-C_1\right]} \tag{181}$$

Учитываем, что:

$$C+V=\left(1+r\right)\left(C_1+V_1+C_2+V_2\right) \tag{182}$$

Условие (169) переписываем в виде:

$$\left(C+V\right)\cdot\left[\frac{V_1\left[\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)-C_1-C_2\right]+\left[\left(1+r\right)\left(C_2+V_2\right)-V_1-V_2\right]\cdot\left[\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)-C_1\right]}{V_1\left(C_2+\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)\right)+V_2\left[\left(1+r\right)\left(C_1+V_1\right)-C_1\right]}-r\right]=0 \tag{183}$$

Учитывая (182), находим первый корень: $r=-1$ - не соответствует условиям реалистичности. Рассмотрим второй множитель в формуле (183). Запишем его в следующем виде:

$$\frac{\left(1+r\right)^2X+\left(1+r\right)Y+Z}{\left(1+r\right)H+F}-r \tag{184}$$

$$X = (C_1 + V_1)(C_2 + V_2) \quad (185)$$

$$Y = -\left[C_1(C_2 + V_2) + V_2(C_1 + V_1)\right] \quad (186)$$

$$Z = C_1(V_1 + V_2) - V_1(C_1 + C_2) = C_1V_2 - V_1C_2 \quad (187)$$

$$H = (C_1 + V_1)(V_1 + V_2) \quad (188)$$

$$F = C_2V_1 - C_1V_2 = -Z \quad (189)$$

Приводя к общему знаменателю (184), получаем:

$$\frac{r^2(X - H) + r(2X + Y - H - F) + (X + Y + Z)}{rH + (H + F)} \quad (190)$$

Прямой проверкой убеждаемся, что:

$$X + Y + Z = 0 \quad (191)$$

Подставляя (185)-(189), находим:

$$2X + Y - H - F = (X + Y + Z) + X - H = X - H = (C_1 + V_1)(C_2 - V_1) \quad (192)$$

Таким образом, (190) принимает следующий вид:

$$\frac{r(C_1 + V_1)(C_2 - V_1)(1 + r)}{r(C_1 + V_1)(V_1 + V_2) + V_1(C_1 + V_1 + C_2 + V_2)} \quad (193)$$

Поскольку условие реалистичности требует $r > 0$, то (193) может обращаться в ноль лишь при условии $C_2 = V_1$. Знаменатель (193) при этом будет больше нуля при любом $r > 0$.

Отметим, что при условии $C_2 = V_1$ норма прибыли может быть задана произвольно.

Таким образом, мы доказали, что проблема «обратной трансформации» имеет реалистичные решения ($r > 0$) лишь при условии $C_2 = V_1$. Но из этого условия следует симметрия матрицы общественного воспроизводства в ценах производства.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ЗАВЕРШЕНО.

В **Таблице 11** приведён числовой пример решения задачи «обратного трансформирования». Соответствующая программа в Excel книге размещена на листе “ОбрТранс”. Произвольно задаваемые данные помечены подчёркнутым курсором. Одинаковые величины даны одинаковым цветом. Решение обратной задачи при этом существует лишь для симметричных матриц общественного воспроизводства в ценах производства.

Таблица 11. Числовой пример решения задачи «обратного трансформирования» в Модели-1[14].

Матрица общественного воспроизводства в ценах производства.				
	R =	*0,1*		
	C	V	P	W
I	*1000*	***600***	**160**	**1760**
II	***600***	*400*	**100**	**1100**
III	**160**	**100**	26	286
Sum:	**1760**	**1100**	**286**	**3146**
m	0,259036	**Решение задачи "обратного трансформирования"**		
t	0,993976			
y	1,003721			
x	0,997674			
Матрица общественного воспроизводства в стоимостях (“labor cost”).				
	C'	V'	P'	W'
I	997,674	602,233	156	**1755,907**
II	598,605	401,488	104	**1104,093**
III	159,628	100,372	26	286
Sum:	**1755,907**	**1104,093**	**286**	**3146**

[14] Смотри Excel-приложение, лист ‘InverseTransform’.

VI. СВЯЗЬ МАТРИЦЫ ОБЩЕСТВЕННОГО ВОСПРОИЗВОДСТВА МОДЕЛИ-1 С МАТРИЦЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ И ВЕКТОРАМИ РАВНОВЕСНЫХ ЦЕН И ВЫПУСКА ПРОДУКЦИИ.

Используемые традиционно обозначения $C_n;V_n$ не раскрывают зависимость этих величин от внутренней структуры производства: применяемых технологий и ставки реальной ополаты труда в экономике. Выразим величины $C_n;V_n$ через параметры внутренней структуры. Рассмотрим упрощённый случай, когда потребление «средств производства» и «предметов потребления» каждым подразделением происходит в виде наборов, пропорциональных набору выпуска первого и второго подразделений соответственно. Хотя это – нереалистичное предположение, на примере этого случая удобно рассмотреть общую схему постановки задачи о том, как элементы матрицы общественного воспроизводства (в модели трёх департаментов) связаны с выпусками продукции и ценами. Реалистичная постановка этой задачи и её решение будут даны во второй части этой статьи.

Введём обозначения:

$\vec{P} = \{P_1;P_2;P_3\}$ - вектор цен производства,

$\vec{X} = \{X_1;X_2;X_3\}$ - вектор объёмов выпуска,

$\vec{l} = \{l_1;l_2;l_3\}$ - вектор прямых затрат труда на производство единицы продукта,

ω - ставка реальной оплаты труда, то есть количество единиц предметов потребления, которыми оплачивается единичный труд,

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$ - матрица технологических коэффициентов, где a_{1k} ($k = 1;2;3$) – количество единиц средств производства, необходимых для производства одной единицы продукции в департаменте k, $a_{2k} = \omega \cdot l_k$ - количество единиц предметов потребления, покупаемых рабочими департамента k на оплату труда по производству единицы продукции.

В этой главе наша задача – отыскать алгоритм, который позволял бы по заданной матрице простого воспроизводства Модели-1 (в ценах производства) находить вектора цен, объёмов выпуска и коэффициенты технологической матрицы для рассматриваемого упрощённого случая.

Запишем сначала матрицу простого воспроизводства Модели-1, используя введённые обозначения:

$$\begin{pmatrix} C_1 = P_1 a_{11} X_1 & V_1 = P_2 a_{21} X_1 & R(C_1 + V_1) \\ C_2 = P_1 a_{12} X_2 & V_2 = P_2 a_{22} X_2 & R(C_2 + V_2) \\ C_1 = P_1 a_{13} X_3 & V_3 = P_2 a_{23} X_3 & R(C_3 + V_3) \end{pmatrix} \tag{194}$$

Условия баланса в ценах:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = (C_1 + V_1)(1 + R) = P_1 X_1 \tag{195}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = (C_2 + V_2)(1 + R) = P_2 X_2 \tag{196}$$

При задании матрицы (194), удовлетворяющей условиям простого воспроизводства, достаточно задать 5 параметров: $C_1;C_2;V_1;V_2;R$. Параметры $C_3;V_3$ тогда находятся из условий баланса (195)-(196). Используя (195)-(196), можно переписать матрицу (194) в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} C_1 = Ca_{11} & V_1 = \dfrac{Va_{21}}{X_{21}} & R(C_1 + V_1) \\ C_2 = Ca_{12}X_{21} & V_2 = Va_{22} & R(C_2 + V_2) \\ C_1 = Ca_{13}X_{31} & V_3 = \dfrac{Va_{23}X_{31}}{X_{21}} & R(C_3 + V_3) \end{pmatrix} \tag{197}$$

Здесь использованы обозначения:

$$X_{21} = \frac{X_2}{X_1}; \qquad X_{31} = \frac{X_3}{X_1} \tag{198}$$

Имеем:

$$a_{11} = \frac{C_1}{C} \tag{199}$$

$$a_{22} = \frac{V_2}{V} \tag{200}$$

Вектор цен производства удовлетворяет следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} P_1a_{11} + P_2a_{21} = \Lambda P_1 \\ P_1a_{12} + P_2a_{22} = \Lambda P_2 \\ P_1a_{13} + P_2a_{23} = \Lambda P_3 \end{cases}; \qquad \Lambda = \frac{1}{1+R} \tag{201}$$

Вектор цен производства является левым собственным вектором Фробениуса для матрицы технологических коэффициентов, дополненной снизу нулевой строкой.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{202}$$

Собственный вектор определён лишь с точностью до умножения на произвольную константу. Выберем нормировку вектора так, чтобы выполнялось $P_3 = 1$. Тогда имеем:

$$W_3 \equiv (C_3 + V_3)(1+R) = X_3P_3 = X_3 \tag{203}$$

Одну из компонент вектора выпуска можно выбрать произвольно, так как за единицу выпуска можно принять любое количество продукции (например, измерять в тоннах, килограммах или центнерах). Пусть X_1 - произвольная величина.

Условия баланса в натуральной форме требуют выполнения равенств:

$$X_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 \tag{204}$$

$$X_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 \tag{205}$$

Переходя в (204)-(205) к переменным (198), получаем систему двух уравнений для двух неизвестных:

$$1 = a_{11} + a_{12}X_{21} + a_{13}X_{31} \tag{206}$$

$$X_{21} = a_{21} + a_{22}X_{21} + a_{23}X_{31} \tag{207}$$

Разрешая, находим:

$$X_{21} = \frac{(1-a_{11})a_{23} + a_{21}a_{13}}{a_{12}a_{23} + a_{13}(1-a_{22})} \tag{208}$$

$$X_{31} = \frac{(1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12}a_{21}}{a_{12}a_{23} + a_{13}(1-a_{22})} \tag{209}$$

Из первых двух уравнений (201) вытекает характеристическое уравнение для собственного значения матрицы (202):

$$(a_{11}-\Lambda)(a_{22}-\Lambda)-a_{12}a_{21}=0 \tag{210}$$

Перепишем его в виде:

$$\Lambda^2-Sp\widetilde{A}\cdot\Lambda+\det\widetilde{A}=0 \tag{211}$$

$Sp\widetilde{A}=a_{11}+a_{22}$ - след матрицы $\widetilde{A}$, составленной из элементов, стоящих в первых двух строках и первых двух столбцах технологической матрицы. (212)

$\det\widetilde{A}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$ - определитель матрицы $\widetilde{A}$. (213)

$$\widetilde{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \tag{214}$$

Из квадратного уравнения (211) находим:

$$\Lambda=\frac{Sp\widetilde{A}+\sqrt{Sp^2\widetilde{A}-4\det\widetilde{A}}}{2} \tag{215}$$

Учитывая (201), находим выражение для нормы прибыли:

$$R=\frac{1}{\Lambda}-1=\frac{2}{Sp\widetilde{A}+\sqrt{Sp^2\widetilde{A}-4\det\widetilde{A}}}-1 \tag{216}$$

Из первых двух уравнений (201) находим отношение:

$$P_{12}=\frac{P_1}{P_2}=\frac{a_{11}-a_{22}+\sqrt{Sp^2\widetilde{A}-4\det\widetilde{A}}}{2a_{12}} \tag{217}$$

Из третьего уравнения (201), учитывая условие нормировки $P_3=1$, находим:

$$P_2=\frac{\Lambda}{P_{12}a_{13}+a_{23}} \tag{218}$$

Зная (215), (217) и (218), находим:

$$P_1=P_{12}P_2 \tag{219}$$

Формулы (215)-(219) выражают норму прибыли и компоненты нормированного вектора цен производства через коэффициенты технологической матрицы.

Так как X_1 задаётся произвольно, то можно при каждом произвольно выбранном выпуске X_1 найти соответствующую цену производства P_1, учитывая (197):

$$P_1=\frac{C}{X_1} \tag{220}$$

Учитывая (203), находим:

$$X_{31}=\frac{X_3}{X_1}=\frac{W_3}{X_1} \tag{221}$$

Из матрицы (197) находим:

$$a_{13}=\frac{C_3}{CX_{31}}=\frac{C_3X_1}{CW_3} \tag{222}$$

Осталось найти параметры: $a_{12};a_{21};a_{23};P_2;X_2$. Детальный анализ системы уравнений показывает, что один из этих параметров можно выбрать произвольно. Пусть, например, таким произвольным параметром будет параметр a_{12}. Тогда из матрицы (194) находим:

$$X_2 = \frac{C_2}{P_1 a_{12}} = \frac{C_2 X_1}{C a_{12}} \quad (223)$$

Из матрицы (194) находим:

$$P_2 = \frac{V_2}{a_{22} X_2} = \frac{C V a_{12}}{C_2 X_1} \quad (224)$$

Из матрицы (194) находим далее:

$$a_{21} = \frac{V_1}{P_2 X_1} = \frac{C_2 V_1}{C V a_{12}} \quad (225)$$

$$a_{23} = \frac{V_3}{P_2 X_3} = \frac{C_2 V_3 X_1}{C V W_3 a_{12}} \quad (226)$$

Непосредственной проверкой можно убедиться, что полученные выражения для технологических коэффициентов удовлетворяют всем приведённым выше соотношениям: (206)-(209), (216)-(217).

Сведём полученные результаты в удобном виде:

$$A = \begin{pmatrix} \dfrac{C_1}{C} & a_{12} & \dfrac{C_3 X_1}{C W_3} \\ \dfrac{C_2 V_1}{C V a_{12}} & \dfrac{V_2}{V} & \dfrac{C_2 V_3 X_1}{C V W_3 a_{12}} \end{pmatrix}$$ - технологическая матрица для Модели-1, (227)

$$\vec{P} = \left\{ \frac{C}{X_1}; \frac{C V a_{12}}{C_2 X_1}; 1 \right\}$$ - вектор цен производства для Модели-1, (228)

$$\vec{X} = \left\{ X_1; \frac{C_2 X_1}{C a_{12}}; W_3 \right\}$$ - вектор выпуска для Модели-1, (229)

$$R = \frac{1}{\Lambda} - 1 = \frac{W_3}{C_3 + V_3} - 1$$ - норма прибыли. (230)

РЕШЕНИЕ ЗАВЕРШЕНО.

Всегда приятно иметь инструмент, связывающий классические модели с современным анализом, базирующимся на использовании технологической матрицы. Мы доказали, что технологическая матрица, вектора цен и выпуска могут быть найдены, исходя из матрицы простого воспроизводства Модели-1 экономики с тремя департаментами, если заданы физический объём выпуска первого сектора и коэффициент a_{12}.

Выбор коэффициента a_{12} произволен, но этот произвол приводит лишь к соответствующему выбору единицы измерения выпуска второго подразделения. Если эта единица увеличивается, то растёт и коэффициент a_{12} и при этом уменьшается выпуск X_2, как это видно из формулы (223). Выпуск, измеренный в более крупных единицах, будет меньше. Можно изучать динамику равновесных состояний в предположении неизменности коэффициента a_{12} или при условии, что коэффициент a_{12} меняется некоторым известным образом. Алгоритм позволяет отследить изменения всех остальных технологических коэффициентов и цен, при том или ином предположении, касающемся коэффициента a_{12}.

В **Таблице 12** приведён числовой пример расчёта коэффициентов технологической матрицы и векторов цен и выпусков. Программа приведена в **Excel приложении на листе “LeontMatr”.**

Предложенный нами выше алгоритм можно использовать для сравнения разных равновесных состояний экономики, в которой потребление подразделениями средств производства и предметов потребления осуществляется наборами,имеющими ту же структуру, что и выпуски первого и второго подразделений. В качестве единицы выпуска первого подразделения можно выбрать «составной товар» - набор товаров первого подразделения, структура которого совпадает со структурой выпуска этого подразделения. Если, например, выпуск первого подразделения состоит из 1000 единиц сырья, 500 единиц орудий труда и 200 единиц оборудования, то взяв за единицу составной товар: 100 единиц сырья + 50 единиц орудий труда + 20 единиц оборудования, можно записать выпуск как 10 единиц «составного товара». Если спустя какое-то время выпуск увеличивается вдвое при сохранении той же структуры выпуска, то выпуск составит 20 единиц «составного товара». То есть, мы имеем реальную возможность сравнивать разные состояния равновесной экономики данного типа, применяя для анализа предложенный выше алгоритм. Можно исследовать, как изменение объёмов выпуска и технологий отражается на экономических показателях: прибыли, зарплате, ценах. Хотя такая модель не вполне реалистична, так как в реальности структуры потребляемых подразделениями наборов (средств производства и предметов потребления) отличаются от структуры выпуска продукции соответствующих подразделений, всё же в ряде случаев её можно использовать для качественного анализа динамики реальной экономики. Во второй части этой статьи мы рассмотрим более реалистичную (матричную) постановку задачи трансформирования. Мы покажем, что решение задачи в матричной постановке можно привести к форме Модели-1. При этом, при равномерном случайном распределении значений элементов обобщённой матрицы Леонтьева, с ростом числа отраслей стоимостная матрица и матрица в ценах производства всё меньше отличаются друг от друга. В реалистичной постановке в первых двух столбцах матрицы (194) будут стоять произведения векторов и матриц. Например, первый элемент первого столбца в матрице (194) после перехода к реалистичной постановке задачи трансформирования примет следующий вид: $C_1 = P_1 a_{11} X_1 \to \vec{P}_1 A_{I;I} \vec{X}_1$. Вектор-столбец $A_{I;I}\vec{X}_1$ описывает набор потребляемых первым подразделением средств производства. Если ввести некоторым образом рассчитанные «меры» («нормы») для векторов $\vec{P}_1$, $\vec{X}_1$ и для матрицы $A_{I;I}$ так, чтобы выполнялось равенство: $\vec{P}_1 A_{I;I} \vec{X}_1 = \left\|\vec{P}_1\right\| \cdot \left\|A_{I;I}\right\| \cdot \left\|\vec{X}_1\right\|$, то мы придём к рассмотренной выше модели, где числовые множители в первых двух столбцах матрицы (194) будут иметь смысл соответствующим образом выбранных норм векторов и матриц. Таким образом, признавая ограниченную реалистичность рассмотренной выше модели, мы видим, что построенные в рамках этой не вполне реалистичной модели закономерности вполне могут быть применены для исследования реалистичных моделей, если при этом придать числовым множителям смысл норм соответствующих векторов или матриц.

Таблица 12. Расчёт технологической матрицы и векторов цен и выпуска по известной матрице простого воспроизводства (в ценах производства) Модели-1[15].

Исходная матрица Модели-1:				
Модель простого воспроизводства с тремя департаментами.				
	R	0,3		
	C	V	P	W
I	1000	500	450	1950
II	800	600	420	1820
III	150	720	261	1131
Sum:	1950	1820	1131	4901
	X1	200		
	a12	0,41025641	a21	0,274725275
	a11	0,512820513	a13	0,013602666
	a22	0,32967033	a23	0,069956569
Проверка	**Вектора выпуска и цен.**			
1	X21	1	p12	1,071428571
5,655	X31	5,655	p1	9,75
	X2	200	p2	9,1
	X3	1131	p3	1
	lambda	0,769230769	**Проверка**	
	R	0,3	p12	1,071428571

Обобщённая Матрица Леонтьева для Модели-1		
0,512821	0,41025641	0,013602666
0,274725	0,32967033	0,069956569
Ставка оплаты труда w =		1
Вектор прямых затрат труда на единицу продукции.		
l1	l2	l3
0,274725	0,32967033	0,069956569

[15] Смотри Excel-приложение на листе ‘LeonMatrix’.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

Реалистичная (матричная) постановка задачи текущего трансформирования в модели-1.

VII. НЕЯВНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ НА СТРУКТУРУ ЭКОНОМИКИ В МОДЕЛИ ВЛАДИСЛАВА БОРТКЕВИЧА (1907).

Исторически, появление «проблемы трансформирования» связано с работой Владислава Борткевича (1907). Запишем уравнения трансформирования, предложенные в этой статье:

$$\begin{cases} \left(C_1 x + V_1 y\right)\left(1+r\right) = Cx \\ \left(C_2 x + V_2 y\right)\left(1+r\right) = Vy \\ \left(C_3 x + V_3 y\right)\left(1+r\right) = Mz \end{cases} \qquad (231)$$

Изложенные в первой части данной статьи результаты получены в предположении, что уравнения (1) являются математически корректным выражением задачи трансформирования стоимостей в цены производства. Эти уравнения говорят нам следующее: если цена производства выпуска средств производства в x раз больше стоимости этого выпуска, то и затраты всех трёх подразделений на приобретение необходимых им средств производства, выраженные в ценах производства, ТОЖЕ будут в x раз больше этих затрат, выраженных в стоимостях. Однако это утверждение, на котором базируется постановка задачи в модели Борткевича, не является реалистичным для экономики с небольшим числом отраслей[16].

Пусть, например, выпуск средств производства состоит из трёх видов продукции: 100 единиц оборудования, 1000 единиц сырья и 500 единиц энергоносителей. Поскольку здесь рассматривается модель простого воспроизводства, весь этот выпуск используется для производственных нужд целиком в рассматриваемом периоде. Предположим, что он распределился по подразделениям следующим образом:

Первое подразделение: 60 ед. оборудования + 500 ед. сырья + 300 ед. энергоносителей;

Второе подразделение: 30 ед. оборудования + 100 ед. сырья + 150 ед. энергоносителей;

Третье подразделение: 10 ед. оборудования + 400 ед. сырья + 50 ед. энергоносителей.

Условия баланса в натуральном измерении выполнены. Но при этом **каждое подразделение покупает свой особый набор средств производства. Структуры этих наборов совершенно разные.** Какими бы ни были стоимости этих наборов, при переходе от стоимостей к ценам производства, цена производства для разных наборов изменится, вообще говоря, по-разному. Пусть, например, стоимости единиц выпускаемой продукции равны 1 денежной единице. Тогда стоимости наборов покупаемых средств производства будут равны.

Стоимости купленных средств производства:

Первое подразделение: 60 + 500 + 300 = 860;

Второе подразделение: 30 + 100 + 150 = 280;

Третье подразделение: 10 + 400 + 50 = 460.

Предположим, что при переходе к ценам производства индексы роста цен на продукцию средств производства изменились следующим образом:

Индекс изменения цен: (1) оборудование – i_1; сырьё - i_2; энергоносители - i_3.

Цены производства купленных средств производства:

Первое подразделение: $60i_1 + 500i_2 + 300i_3$;

Второе подразделение: $30i_1 + 100i_2 + 150i_3$;

Третье подразделение: $10i_1 + 400i_2 + 50i_3$.

---

[16] Отраслями мы называем линии производства, выпускающие конкретные виды товара.

Отсюда видно, что индекс изменения цен на купленные в разных подразделениях средства производства будет разным:

Индекс изменения цен на покупаемый набор средств производства:

Первое подразделение: $x_1 = \dfrac{60i_1 + 500i_2 + 300i_3}{860}$;

Второе подразделение: $x_2 = \dfrac{30i_1 + 100i_2 + 150i_3}{280}$;

Третье подразделение: $x_3 = \dfrac{10i_1 + 400i_2 + 50i_3}{460}$;

Весь выпуск: $x = \dfrac{100i_1 + 1000i_2 + 500i_3}{1600}$.

Итак, на этом числовом примере мы видим, что в общем случае индексы изменения цен на покупаемые наборы средств производства при трансформировании стоимостей в цены производства у разных подразделений будут отличаться. Взяв, например, в нашем числовом примере $i_1 = 2;\ i_2 = 1;\ i_3 = 4$, получим: $x_1 = 2.116;\ x_2 = 2.714;\ x_3 = 1.348;\ x = 2.$ Индексы изменения цен будут разными, потому что разные товары, входящие в покупаемые подразделениями наборы средств производства, при трансформировании меняются в цене по-разному, а структуры этих покупаемых наборов в общем случае тоже различаются. Отсюда и возникает различие в индексах изменения цен при трансформировании стоимостей покупаемых средств производства в цены производства.

Предположение, неявно заложенное в уравнениях трансформирования Борткевича (1907) $x_1 = x_2 = x_3 = x$, верно лишь в том случае, если каждое подразделение покупает наборы, имеющие одинаковую структуру и тогда, поскольку рассматривается простое воспроизводство, эта структура совпадает со структурой выпуска средств производства. Только в этом ОСОБОМ случае система уравнений (1) верно выражает процесс трансформирования стоимостей в цены производства. Если же структуры покупаемых наборов средств производства в разных подразделениях различные, то индексы изменения цен на средства производства, покупаемые в разных подразделениях, при трансформировании будут разными.

Рассмотрим теперь наборы покупаемых рабочими (на свою зарплату) предметов потребления. Если структуры этих наборов совпадают со структурой выпуска второго подразделения, производящего предметы потребления для рабочих, то индексы изменения цен при трансформировании на наборы предметов потребления во всех подразделениях будут одинаковы. Это предположение также не вполне соответствует экономической реальности, поскольку рабочие, занятые в разных подразделениях, заняты разным трудом, у них – разные потребности и поэтому они покупают не вполне одинаковые наборы предметов потребления. В общем случае индексы изменения цены на покупаемые рабочими наборы предметов потребления в разных секторах также будут разными. Можно предположить что эти различия всё же будут существенно меньше, чем возможные различия в наборах покупаемых средств производства, поскольку все рабочие должны удовлетворять свои базовые биологические потребности, которые у них одинаковы. Поэтому второе предположение $y_1 = y_2 = y_3 = y$, сделанное Борткевичем (1907), более реалистично, поскольку набор покупаемых жизненных средств рабочих, в основном, определяются потребностями выживания рабочих, которые у всех рабочих примерно одинаковы.

Рассмотрим реалистичную постановку проблему трансформирования с учётом возможных различий в индексах изменения цен на средства производства и предметы потребления. Отметим сразу, что как только мы начинаем учитывать эти различия, число переменных в модели увеличивается и переопределённость системы уравнений трансформирования в постановке Владислава Борткевича пропадает. Более того, если добавляется не менее двух новых переменных, то система оказывается недоопределена, то есть число неизвестных оказывается больше числа уравнений и решений бесконечно много. Отсюда может создасться впечатление, что реалистичная постановка задачи трансформирования имеет решение при любом задании стоимостной матрицы Модели-1. Ниже мы докажем, что это не так. Хотя сама система уравнений в реалистичной постановке задачи трансформирования действительно имеет хотя бы одно решение, это решение возможно лишь при наложении на структуру технологий и выпусков производства некоторых ограничений. Если же не накладывать этих специальных ограничений и рассматривать совершенно произвольный случай, учитывая лишь условия баланса простого воспроизводства, то в этом общем случае проблема трансформирования не имеет решения для случая конечного числа отраслей. Дело в том, что коэффициенты x_i и y_i, $i = 1;2;3$, которые формально являются решением задачи трансформирования (как только мы отказались от равенств (I)-(II) Владислава Борткевича), некоторым образом взаимосвязаны друг с другом и эта взаимосвязь, выраженная через технологии и выпуски, накладывает определённые ограничения на выпуски и технологии – ограничения, которые не следуют из условий баланса и являются поэтому особыми, ничем не обоснованными ограничениями, при которых проблема трансформирования имеет решение.

VIII. КВАЗИРЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ В МОДЕЛИ-1.

Существование «решения» в модели Борткевича при отказе от равенства индексов изменения цен при трансформировании, ещё вовсе не означает, что «проблема трансформирования» имеет решение в произвольном случае стоимостной матрицы. Мы можем составить уравнения, аналогичные уравнениям Борткевича, и, решив их, определить неизвестные индексы изменения цен $x_1;x_2;x_3;y$, опираясь на правила трансформирования, но полученное при этом решение может вовсе не соответствовать какому-либо реалистичному решению. Полученные таким способом значения $x_1;x_2;x_3;y$ могут отличаться от значений изменений индексов цен, если перейти от Модели-1 с тремя подразделениями к модели многоотраслевой экономики. За символами $C_i;V_i$ модели трёх подроазделений скрываются матрично-векторные выражения. Если с самого начала отталкиваться от матрично-векторных выражений, то поставленная задача трансформирования будет решаться другим способом, и результат решения при этом вовсе не обязательно будет совпадать с решением, полученным методом Борткевича. Проще говоря, само по себе существование решения задачи трансформирования в постановке Борткевича при отказе от равенств (I)-(II) ещё не означает реалистичности полученного решения. Можно определить $x_1;x_2;x_3;y$ при заданных $C_i;V_i$, но если эту же задачу решать в матрично-векторной постановке с теми же самыми значениями $C_i;V_i$, то результат может оказаться другим или решения может вообще не быть. В **главе IX** будет рассмотрена общая постановка задачи трансформирования для модели простого воспроизводства с тремя департаментами, НО в матрично-векторной формулировке. Только решение, полученное в матрично-векторной формулировке, можно называть реалистичным. По этой причине «решение», получаемое в модели Борткевича с помощью решения уравнений Борткевича, но без наложения ограничений (I)-(II), будем дальше называть «квазирешение», фиксируя этим названием возможность ситуации, когда этому решению не соответствует никакого реалистичного решения, если рассматривать ту же задачу в матрично-векторной постановке.

Рассмотрим квазирешение системы уравнений проблемы трансформирования в предположении одинаковости структур наборов жизненных средств, покупаемых рабочими разных подразделений. В этом случае исходную систему (1) необходимо переписать в следующем виде:

$$\begin{cases} \left(C_1x_1+V_1y\right)\left(1+r\right)=Cx \\ \left(C_2x_2+V_2y\right)\left(1+r\right)=Vy \\ \left(C_3x_3+V_3y\right)\left(1+r\right)=Mz \\ C_1x_1+C_2x_2+C_3x_3=Cx \end{cases} \tag{232}$$

Четвёртое уравнение здесь описывает условие баланса в ценах производства. Остальные уравнения остаются неизменными. Приведём их здесь ещё раз.

Условия баланса в стоимостях:

$$\begin{cases} C_2+C_3=V_1\left(1+m\right) \\ V_1+V_3=C_2+V_2m \\ C_3+V_3=m\left(V_1+V_2\right) \end{cases} \tag{233}$$

Два правила трансформирования:

$$\begin{cases} r\left(Cx+Vy\right)=M \\ r=\dfrac{M}{C+V}=\dfrac{mV}{C+V} \end{cases} \tag{234}$$

КВАЗИРЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ ПРИ УЛОВИИ $y_1=y_2=y_3=y$.

Считаем заданными следующие величины: $C_1;C_2;V_1;V_2;m$.

Из условий простого воспроизводства в стоимостях получаем:

$$C\equiv C_1+C_2+C_3=C_1+V_1\left(1+m\right) \tag{235}$$

$$V\equiv V_1+V_2+V_3=C_2+V_2\left(1+m\right) \tag{236}$$

Из второго равенства (234) находим:

$$r=\frac{mV}{C+V}=\frac{m\left(C_2+V_2\left(1+m\right)\right)}{C_1+C_2+\left(1+m\right)\left(V_1+V_2\right)} \tag{237}$$

Из первого равенства (234) после сложения первых трёх уравнений (232) находим:

$$z=1 \tag{238}$$

Вводим переменные:

$$t=\frac{x}{y};\ t_1=\frac{x_1}{y};\ t_2=\frac{x_2}{y};\ t_3=\frac{x_3}{y}. \tag{239}$$

Из равенств (234) следует:

$$Cx+Vy=C+V \tag{240}$$

Отсюда выражаем y:

$$y=\frac{C+V}{Ct+V} \tag{241}$$

Разделив в системе (232) левые и правые части на y, получим:

$$\begin{cases} \left(C_1t_1+V_1\right)\left(1+r\right)=Ct \\ \left(C_2t_2+V_2\right)\left(1+r\right)=V \\ \left(C_3t_3+V_3\right)\left(1+r\right)=r\left(Ct+V\right) \\ C_1t_1+C_2t_2+C_3t_3=Ct \end{cases} \tag{242}$$

Из второго уравнения системы (242) находим:

$$t_2=\left[\frac{V}{1+r}-V_2\right]:C_2 \tag{243}$$

Разделив первое уравнение в (242) на второе, находим:

$$t=\frac{V}{C}\cdot\frac{C_1t_1+V_1}{C_2t_2+V_2} \tag{244}$$

Разделив третье уравнение в (242) на второе, находим:

$$t_3=\left[\frac{m\left(Ct+V\right)}{C+V}\cdot\left(C_2t_2+V_2\right)-V_3\right]:C_3 \tag{245}$$

Подставив (244) в (245) получим:

$$t_3=\left[r\left(C_1t_1+V_1+C_2t_2+V_2\right)-V_3\right]:C_3 \tag{246}$$

Квазирешение (243), (244), (246) зависит от выбора параметра t_1. Подставив это квазирешение в систему (242), убеждаемся, что все четыре уравнения выполняются при любом выборе параметра t_1. В самом деле, второе уравнение прямо следует из (243).

Из (243) следует:

$$1+r=\frac{V}{C_2t_2+V_2} \tag{247}$$

Подставив (247) в (244), приводим (244) к первому уравнению в (242).

Третье уравнение также получается прямой подстановкой (247) и (246) в левую часть третьего уравнения (242):

$$\begin{aligned}&\left(C_3t_3+V_3\right)\left(1+r\right)=r\left(C_1t_1+V_1+C_2t_2+V_2\right)\left(1+r\right)=\\&=r\left(C_1t_1+V_1+C_2t_2+V_2\right)\cdot\frac{V}{C_2t_2+V_2}=r\left(Ct+V\right)\end{aligned} \tag{248}$$

Наконец, рассмотрим левую часть четвёртого уравнения в (242).

$$\begin{aligned}&C_1t_1+C_2t_2+C_3t_3=C_1t_1+C_2t_2+r\left(C_1t_1+V_1+C_2t_2+V_2\right)-V_3=\\&=C_1t_1+C_2t_2+V_1+V_2+r\left(C_1t_1+V_1+C_2t_2+V_2\right)-V=\\&=\left(1+r\right)\left(C_1t_1+V_1+C_2t_2+V_2\right)-V=\frac{V}{C_2t_2+V_2}\cdot\left(C_1t_1+V_1+C_2t_2+V_2\right)-V=Ct\end{aligned} \tag{249}$$

Таким образом, выполняются все четыре уравнения (242), а значит, квазирешение нашей задачи определяется не однозначно и зависит от выбора параметра t_1. Остальные неизвестные определяем по формулам:

$$x_1=yt_1;\ x_2=yt_2;\ x_3=yt_3;\ x=ty \qquad (250).$$

РЕШЕНИЕ ЗАВЕРШЕНО.

В **Таблице 13** приведён числовой пример трансформирования. Произвольно задаваемые параметры помечены зелёным цветом. Верхняя матрица дана в стоимостях, нижняя матрица – в ценах производства. Равные величины показаны одинаковым цветом.

Мы получили квазирешение задачи трансформирования. Поскольку при этом мы ввели две новых независимых переменных (например, $x_1;x_2$), то система оказалась недоопределена (число уравнений меньше числа неизвестных) и общее решение этой системы уравнений определяется неоднозначно. Эта неоднозначность выражена как зависимость решения системы уравнений от произвольного выбора параметра t_1. Если бы мы учли возможность различия коэффициентов y_i, мы ввели бы ещё две дополнительных независимых переменных, и общее решение системы уравнений тогда зависело бы уже от трёх произвольных параметров.

Квазирешение зависит от произвольного параметра t_1:

$$x_1=x_1\left(t_1\right);x_2=x_2\left(t_1\right);x_3=x_3\left(t_1\right);y=y\left(t_1\right) \tag{251}$$

Исключая параметр t_1 из любой пары уравнений (251), получим 3 независимых соотношения между коэффициентами $x_1;x_2;x;y$. Переменная x_3 определяется из условия баланса (232), последнее уравнение. Соотношения (251) не связаны с условиями баланса простого воспроизводства. Они – следствие квазирешения задачи трансформирования. В то же время они некоторым специальным образом ограничивают возможные наборы $x_1;x_2;x;y$, при которых проблема трансформирования имеет квазирешение. Уравнения (251) задают в параметрическом виде некоторую кривую в четырёхмерном пространстве $x_1; x_2; x; y$. Только для точек на этой кривой квазирешение задачи трансформирования существует.

Таблица 13. Числовой пример квазирешения задачи трансформирования для экономики со структурным ограничением: $y_1 = y_2 = y_3 = y$.[17]

	m =	1			
	C	V	M	W	C : V
I	1000	500	500	2000	2
II	800	1200	1200	3200	0.667
III	200	1500	1500	3200	0.133
Total:	2000	3200	3200	8400	0.625
	R =	0.615			
	C'	V'	M'	W'	C : V
I	1212.919	404.306	995.215	2612.440	3.000
II	631.488	970.335	985.737	2587.560	0.651
III	768.034	1212.919	1219.048	3200.000	0.633
Total:	2612.440	2587.560	3200	8400	1.010
x =	1.306	t =	1.615	y =	0.809
x1 =	1.213	t1 =	1.500		
x2 =	0.789	t2 =	0.976		
x3 =	3.840	t3 =	4.749		

Приведём в явном виде выражение для функций (251). Для этого используем формулы (237),(239), (241), (243)-(246). Полученный результат удобно представить в следующем виде:

$$y = \frac{C+V}{V} \cdot \frac{1}{s} = \frac{C+V}{V} \cdot u\,; \tag{252}$$

$$t = \frac{V}{C} \cdot (s-1)\,; \tag{253}$$

$$x = \frac{C+V}{C} \cdot \frac{s-1}{s} = \frac{C+V}{C} \cdot (1-u)\,; \tag{254}$$

$$x_1 = \frac{(C+V)}{C_1 VH} - \frac{(C+V)(1+HV_1)}{C_1 VH} \cdot u\,; \tag{255}$$

$$x_2 = \frac{(C+V)(1-HV_2)}{C_2 VH} \cdot \frac{1}{s} = \frac{(C+V)(1-HV_2)}{C_2 VH} \cdot u\,; \tag{256}$$

$$x_3 = \frac{m}{\underbrace{(V_1(1+m)-C_2)}_{=C_3} \cdot H} - \frac{\overbrace{(C_2 + mV_2 - V_1)}^{=V_3}(C+V)}{\underbrace{(V_1(1+m)-C_2)}_{=C_3} \cdot V} \cdot u\,; \tag{257}$$

$$H \equiv \frac{1+r}{V} = \frac{[C_2 + V_1 + V_2(1+m)] \cdot (1+m) + C_1}{[C_1 + C_2 + (V_1 + V_2) \cdot (1+m)] \cdot V}\,; \tag{258}$$

[17] Смотри Excel-приложение, лист ‘QwaziSolution’.

$$s \equiv 1 + H \cdot \left(C_1 t_1 + V_1 \right); \; u \equiv \frac{1}{s}. \qquad (259)$$

Формулы (252)-(259) задают вид «линии трансформирования» в параметрическом виде, где в качестве параметра u взято выражение (259). Не трудно видеть, что зависимости между любыми двумя переменными: $x(y); x_1(y); x_2(y); x_3(y); x_1(x); x_2(x); x_3(x); y(x);...$ являются линейными функциями с графиками в виде прямых в соответствующих плоскостях. Линейность параметрических зависимостей от параметра u указывает, что графиком линии (252)-(259) в многомерном пространстве этих переменных будет прямая линия. На **Рисунке 1** приведён вид проекций этой прямой линии на несколько плоскостей. Расчёт выполнен для параметров, показанных в **Таблице 13**[18]**.**

Функции $x_1 = x_1(t_1); x_2 = x_2(t_1); x_3 = x_3(t_1); y = y(t_1)$ в параметрическом виде приведены на Рисунке 3. Зададимся вопросом: если исходить из 1) произвольно заданных технологий, 2) произвольно заданного вектора прямых затрат живого труда на производство единицы продукции и 3) произвольно заданных выпусков продукции, то всегда ли можно выбрать переменные $x_1; x_2; x_3; x; y$ так, чтобы они удовлетворяли уравнениям (251), а значит, соответствующая такому выбору точка $x_1; x_2; x; y$ лежала бы на «прямой трансформирования», задаваемой параметрическими уравнениями (252)-(259). Если такой выбор не всегда возможен, то это значит, что задача трансформирования не всегда имеет решение. Попытаемся также сформулировать те условия, которые необходимо наложить на технологии, выпуски и вектор прямых затрат живого труда, при которых задача трансформирования имеет решение. То есть рассмотрим задачу трансформирования в модели простого воспроизводства с тремя департаментами, исходя из матрично-векторной постановки этой задачи.

[18] Смотри Excel-приложение, лист ‘QwaziSolution’.

Рисунок 1. Кривые трансформирования в проекции на плоскости: $x(y); x_1(y); x_2(y); x_3(y)$.

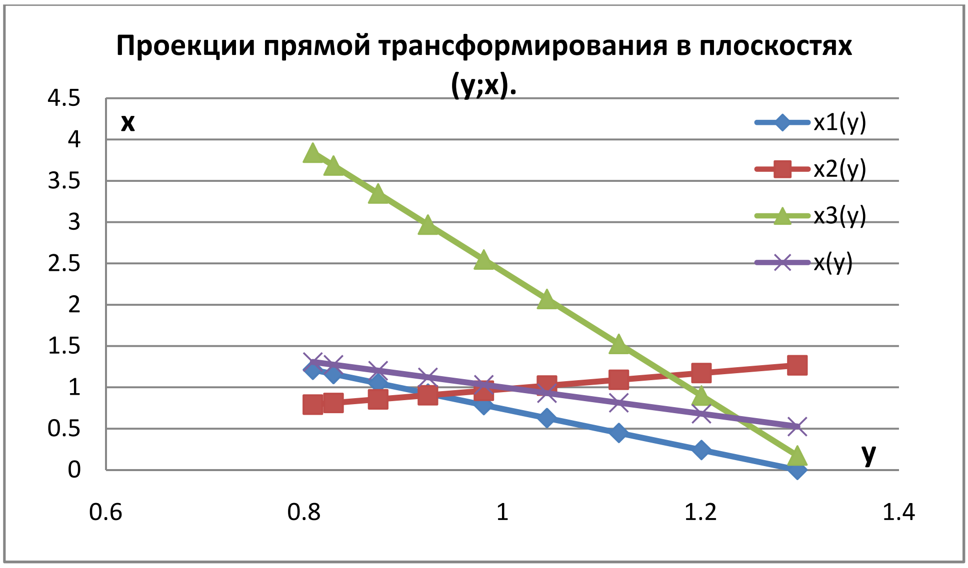
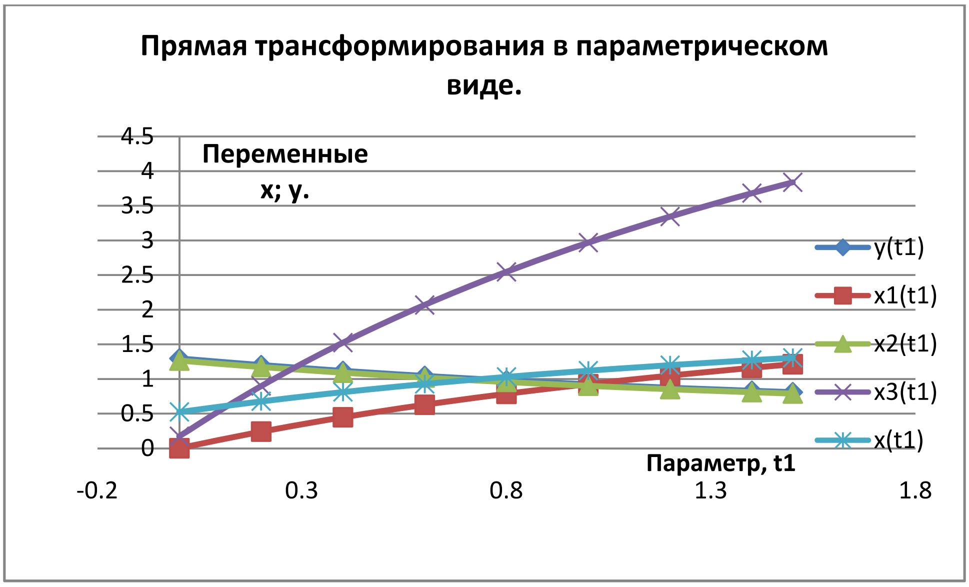


Рисунок 2. Кривая трансформирования в параметрическом виде:

$x_1 = x_1(t_1); x_2 = x_2(t_1); x_3 = x_3(t_1); y = y(t_1)$.



IX. МАТРИЧНО-ВЕКТОРНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ТЕКУЩЕГО ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ И ЕЁ РЕШЕНИЕ В МОДЕЛИ-1.

Только матрично-векторная постановка задачи трансформирования отражает ВСЕ основные свойства реальной экономики, и по этой причине решение задачи в ТАКОЙ постановке будем называть «реалистичным решением» или просто «решением» задачи текущего трансформирования[19].

Чтобы поставить реалистичную задачу трансформирования (без наложения искусственных ограничений (I) $x_1 = x_2 = x_3 = x$ и (II) $y_1 = y_2 = y_3 = y$) в общем виде для модели простого воспроизводства с тремя департаментами (= подразделениями), нам понадобятся следующие математические конструкции:

ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ОБОЗНАЧЕНИЯ:

(1) Три вектора выпуска продукции в трёх подразделениях:

$\vec{X}_I$ - вектор-столбец выпуска в первом подразделении («средства производства»),

$\vec{X}_{II}$ - вектор-столбец выпуска во втором подразделении («предметы потребления рабочих»),

$\vec{X}_{III}$ - вектор-столбец выпуска в третьем подразделении («предметы потребления капиталистов»).

(2) Вектора наборов «средств производства», покупаемых в каждом подразделении:

$\vec{X}_{I;I}$ - вектор-столбец набора «средств производства», покупаемых в первом подразделении,

$\vec{X}_{I;II}$ - вектор-столбец набора «средств производства», покупаемых во втором подразделении,

$\vec{X}_{I;III}$ - вектор-столбец набора «средств производства», покупаемых в третьем подразделении.

(3) Вектора наборов предметов потребления, покупаемых рабочими разных подразделений:

$\vec{X}_{II;I}$ - вектор-столбец набора «предметов потребления», покупаемых рабочими в первом подразделении,

$\vec{X}_{II;II}$ - вектор-столбец набора «предметов потребления», покупаемых рабочими во втором подразделении,

$\vec{X}_{II;III}$ - вектор-столбец набора «предметов потребления», покупаемых рабочими в третьем подразделении.

Компоненты всех этих векторов выражены в физических единицах (штуках, килограммах…).

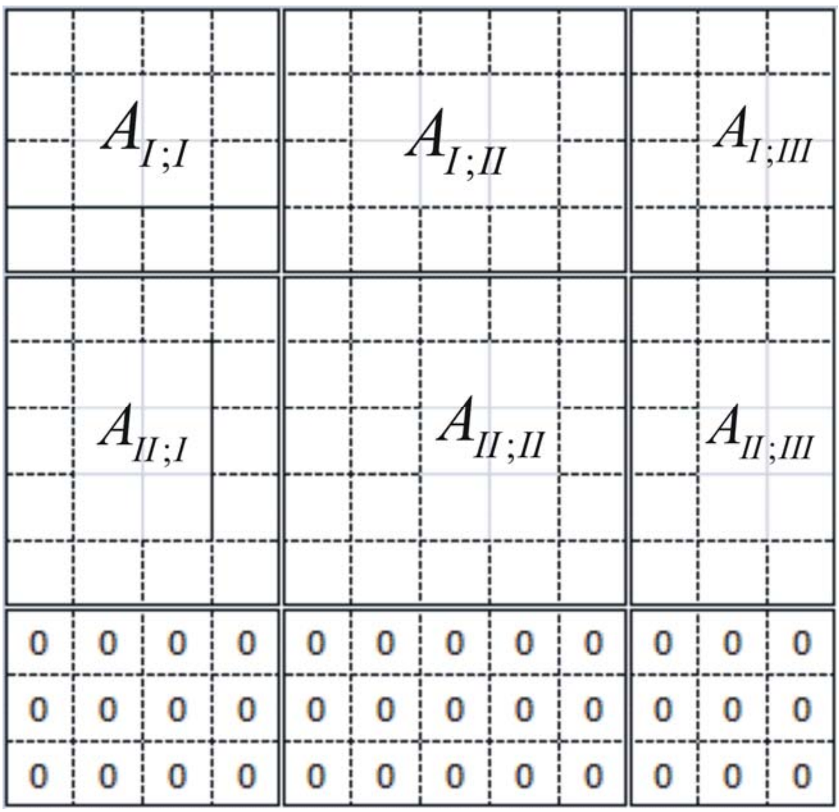
(4) Расширенная матрица прямых затрат на производство единиц продукции.

Элементы этой матрицы $A = \{a_{ik}\}$ задают количество единиц продукции i, которое необходимо для производства одной единицы продукции k. Индексы i и k нумеруют виды однородной

[19] Напомним, что «текущим трансформированием» мы называем решение задачи трансформирования стоимостей в цены производства при обмене товаров по ценам производства. Решение этой задачи должно показывать, каким образом при обмене по ценам производства могут одновременно выполняться правила трансформирования Маркса.

продукции. Каждое подразделение производит множество видов однородной продукции. «Расширенная» матрица затрат шире классической матрицы Леонтьева, так как включает в себя кроме затрат на приобретение необходимых средств производства, также и затраты на приобретение предметов потребления, которые покупают рабочие, производящие продукцию того или иного вида. То есть, будем рассматривать производство каждого вида продукции как своего рода преобразователь товаров «на входе» в товары «на выходе». На «вход» поступают средства производства и предметы потребления рабочих, которые работают в данном производстве. На «выходе» - выпускаемая продукция. Удобно для дальнейших целей разбить обобщённую матрицу затрат на несколько блоков (**Рисунок 3**). Например, блок $A_{I;II}$ описывает матрицу прямых затрат средств производства на производство единицы продукции предметов потребления для рабочих, блок $A_{II;III}$ описывает матрицу затрат предметов потребления рабочих, которые покупаются рабочими, производящими предметы потребления капиталистов (роскошь) в расчёте не выпуск единицы продукции предметов потребления капиталистов. Если, например, для производства одной i-ой единицы продукции, входящей в перечень предметов потребления капиталистов, рабочим необходимо потреблять набор предметов потребления, задаваемый вектором $\vec{b}_i$, то i-ый столбец в матрице $A_{II;III}$ есть не что иное как вектор $\vec{b}_i$. Нулевые значения в трёх нижних блоках означают, что предметы потребления капиталистов (роскошь) не входят в необходимые для выпуска продукции материальные затраты: продукцию нельзя выпустить, не купив средства производства и не наняв рабочих, но потребление предметов роскоши капиталистами не является необходимым для выпуска продукции.

Рисунок 3. Вид обобщённой матрицы Леонтьева.



(5) Вектор-строка стоимостей $\vec{v} = \left\{ \vec{v}_I ; \vec{v}_{II} ; \vec{v}_{III} \right\}$ единицы продукции.

Состоит из трёх векторов: вектор-строка стоимостей средств производства $\vec{v}_I$, вектор-строка стоимостей предметов потребления рабочих $\vec{v}_{II}$ и вектор-строка стоимостей предметов потребления капиталистов $\vec{v}_{III}$.

(6) Вектор-строка цен производства $\vec{p} = \left\{ \vec{p}_I ; \vec{p}_{II} ; \vec{p}_{III} \right\}$ единицы продукции.

Состоит из трёх векторов: вектор-строка цен производства средств производства $\vec{p}_I$, вектор-строка цен производства предметов потребления рабочих $\vec{p}_{II}$ и вектор-строка цен производства предметов потребления капиталистов $\vec{p}_{III}$.

(7) Вектор-строка прямых затрат живого труда на производство единицы продукции: $\vec{l} = \left\{ \vec{l}_I ; \vec{l}_{II} ; \vec{l}_{III} \right\}$.

При постановке задачи трансформирования будем считать заданными вектор живого труда на производство единицы продукции, выпуск третьего подразделения (предметов потребления капиталистов) и матрицу обобщённых затрат. Все остальные матрично-векторные величины при этом определяются однозначно.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ.

А. Условия баланса простого воспроизводства для физических выпусков продукции и их распределения по подразделениям.

$\vec{X}_I = \vec{X}_{I;I} + \vec{X}_{I;II} + \vec{X}_{I;III}$ - баланс средств производства, (260)

$\vec{X}_{II} = \vec{X}_{II;I} + \vec{X}_{II;II} + \vec{X}_{II;III}$ - баланс предметов потребления рабочих. (261)

Наборы средств производства и предметов потребления рабочих, поглощаемые на «входе» каждого подразделения можно выразить через введённые нами блоки матрицы обобщённых прямых затрат.

$$\vec{X}_{I;I} = A_{I;I} \vec{X}_I \tag{262}$$

$$\vec{X}_{I;II} = A_{I;II} \vec{X}_{II} \tag{263}$$

$$\vec{X}_{I;III} = A_{I;III} \vec{X}_{III} \tag{264}$$

$$\vec{X}_{II;I} = A_{II;I} \vec{X}_I \tag{265}$$

$$\vec{X}_{II;II} = A_{II;II} \vec{X}_{II} \tag{266}$$

$$\vec{X}_{II;III} = A_{II;III} \vec{X}_{III} \tag{267}$$

Подставляя (262) – (267) в условия баланса (260)-(261), получим:

$$\vec{X}_I = A_{I;I} \vec{X}_I + A_{I;II} \vec{X}_{II} + A_{I;III} \vec{X}_{III} \tag{268}$$

$$\vec{X}_{II} = A_{II;I} \vec{X}_I + A_{II;II} \vec{X}_{II} + A_{II;III} \vec{X}_{III} \tag{269}$$

Выпуск $\vec{X}_{III}$ может быть выбран произвольно и тогда выпуски $\vec{X}_I$ и $\vec{X}_{II}$ однозначно определяются по заданному выпуску $\vec{X}_{III}$ и обобщённой матрице Леонтьева.

$$\vec{X}_I = \left(I - A_{I;I} \right)^{-1} \cdot \left(A_{I;II} B_{II} + A_{I;III} \right) \vec{X}_{III} = B_I \vec{X}_{III} \tag{270}$$

$$\vec{X}_{II} = B_{II} \vec{X}_{III} \tag{271}$$

$$B_{II} = \left[I - A_{II;II} - A_{II;I} \left(I - A_{I;I} \right)^{-1} A_{I;II} \right]^{-1} \cdot \left[A_{II;III} + A_{II;I} \left(I - A_{I;I} \right)^{-1} A_{I;III} \right] \tag{272}$$

$$B_I = \left(I - A_{I;I} \right)^{-1} \cdot \left(A_{I;II} B_{II} + A_{I;III} \right) \tag{273}$$

B. Определение вектора стоимостей $\vec{v} = \{\vec{v}_I; \vec{v}_{II}; \vec{v}_{III}\}$.

Этот вектор находим из следующей системы уравнений:

$$\vec{v}_I A_{I;I} + \vec{l}_I = \vec{v}_I \tag{274}$$

$$\vec{v}_I A_{I;II} + \vec{l}_{II} = \vec{v}_{II} \tag{275}$$

$$\vec{v}_I A_{I;III} + \vec{l}_{III} = \vec{v}_{III} \tag{276}$$

Из уравнения (274) находим:

$$\vec{v}_I = \vec{l}_I \left(I - A_{I;I} \right)^{-1} \tag{277}$$

Подставив в уравнения (275)-(276), находим вектора $\vec{v}_{II}; \vec{v}_{III}$:

$$\vec{v}_{II} = \vec{l}_I \left(I - A_{I;I} \right)^{-1} A_{I;II} + \vec{l}_{II} \tag{278}$$

$$\vec{v}_{III} = \vec{l}_I \left(I - A_{I;I} \right)^{-1} A_{I;III} + \vec{l}_{III} \tag{279}$$

C. Баланс в стоимостях.

Выпишем матрицу общественного воспроизводства в стоимостях (в форме “labor cost”). Стоимость постоянного капитала находим, умножая вектор-строку стоимостей средств производства $\vec{v}_I$ на вектор-столбец наборов средств производства, поступающих на «вход» каждого подразделения $\vec{X}_{I;I}$, $\vec{X}_{I;II}$, $\vec{X}_{I;III}$. Стоимость переменного капитала находим, умножая вектор-строку стоимостей предметов потребления рабочих $\vec{v}_{II}$ на вектор-столбец наборов предметов потребления рабочих каждого подразделения $\vec{X}_{II;I}$, $\vec{X}_{II;II}$, $\vec{X}_{II;III}$. Норму прибавочной стоимости обозначим m. В результате получим стоимостную Таблицу общественного воспроизводства (**Таблица 14**).

Таблица 14. Матрица общественного воспроизводства в стоимостях (форма “labor cost”) в матрично-векторном представлении.

	C	V	M	W
I	$C_I = \vec{v}_I A_{I;I} \vec{X}_I$	$V_I = \vec{v}_{II} A_{II;I} \vec{X}_I$	$m\vec{v}_{II} A_{II;I} \vec{X}_I$	$C_I + V_I (1+m)$
II	$C_{II} = \vec{v}_I A_{I;II} \vec{X}_{II}$	$V_{II} = \vec{v}_{II} A_{II;II} \vec{X}_{II}$	$m\vec{v}_{II} A_{II;II} \vec{X}_{II}$	$C_{II} + V_{II} (1+m)$
III	$C_{III} = \vec{v}_I A_{I;III} \vec{X}_{III}$	$V_{III} = \vec{v}_{II} A_{II;III} \vec{X}_{III}$	$m\vec{v}_{II} A_{II;III} \vec{X}_{III}$	$C_{III} + V_{III} (1+m)$
Total:	$C = C_I + C_{II} + C_{III}$	$V = V_I + V_{II} + V_{III}$	mV	

Условия баланса простого воспроизводства в стоимостях (учитывая условия баланса для физических выпусков (268)-(269)) приводят к следующим равенствам:

$$\left(\vec{v}_I A_{I;I} + (1+m)\vec{v}_{II} A_{II;I}\right)\cdot \vec{X}_I = \vec{v}_I \vec{X}_I \qquad (280)$$

$$\left(\vec{v}_I A_{I;II} + (1+m)\vec{v}_{II} A_{II;II}\right)\cdot \vec{X}_{II} = \vec{v}_{II} \vec{X}_{II} \qquad (281)$$

$$\left(\vec{v}_I A_{I;III} + (1+m)\vec{v}_{II} A_{II;III}\right)\cdot \vec{X}_{III} = \vec{v}_{III} \vec{X}_{III} \qquad (282)$$

Эти равенства должны выполняться при любом выборе векторов выпуска продукции, удовлетворяющих условиям баланса простого воспроизводства (268)-(269). Отсюда следуют равенства для стоимостей продукции:

$$\vec{v}_I A_{I;I} + (1+m)\vec{v}_{II} A_{II;I} = \vec{v}_I \qquad (283)$$

$$\vec{v}_I A_{I;II} + (1+m)\vec{v}_{II} A_{II;II} = \vec{v}_{II} \qquad (284)$$

$$\vec{v}_I A_{I;III} + (1+m)\vec{v}_{II} A_{II;III} = \vec{v}_{III} \qquad (285)$$

Сравнивая с (274)-(276), получаем:

$$\vec{v}_{II} A_{II;I} = \frac{1}{1+m}\vec{l}_I \qquad (286)$$

$$\vec{v}_{II} A_{II;II} = \frac{1}{1+m}\vec{l}_{II} \qquad (287)$$

$$\vec{v}_{II} A_{II;III} = \frac{1}{1+m}\vec{l}_{III} \qquad (288)$$

Стоимость рабочей силы в подразделениях описывается формулами (286)-(288). Слева в этих формулах стоит стоимость предметов потребления рабочих подразделения за выполненный рабочими труд по производству единицы продукции. Справа стоит определение стоимости рабочей силы через живой труд на единицу продукции и норму прибавочной стоимости.

Подставим выражения (277)-(279) для стоимостей через живой труд в формулы (286)-(288).

$$\vec{v}_{II} A_{II;I} = \vec{l}_I \left(I - A_{I;I}\right)^{-1} A_{I;II} A_{II;I} + \vec{l}_{II} A_{II;I} = \frac{1}{1+m}\vec{l}_I \qquad (289)$$

$$\vec{v}_{II} A_{II;II} = \vec{l}_I \left(I - A_{I;I}\right)^{-1} A_{I;II} A_{II;II} + \vec{l}_{II} A_{II;II} = \frac{1}{1+m}\vec{l}_{II} \qquad (290)$$

$$\vec{v}_{II} A_{II;III} = \vec{l}_I \left(I - A_{I;I}\right)^{-1} A_{I;II} A_{II;III} + \vec{l}_{II} A_{II;III} = \frac{1}{1+m}\vec{l}_{III} \qquad (291)$$

Мы видим, что вектора $\vec{l}_I;\vec{l}_{II};\vec{l}_{III}$ и обобщённая матрица Леонтьева связаны соотношениями (289)-(291). Поэтому нельзя задать произвольно и матрицу Леонтьева и вектора $\vec{l}_I;\vec{l}_{II};\vec{l}_{III}$. Возможны два пути: 1) обобщённая матрица Леонтьева задаётся произвольно и тогда соотношения (289)-(291) устанавливают связь между векторами $\vec{l}_I;\vec{l}_{II};\vec{l}_{III}$, 2) вектора $\vec{l}_I;\vec{l}_{II};\vec{l}_{III}$ задаются произвольно и тогда матрица Леонтьева должна удовлетворять равенствам (289)-(291). Отметим, что эти ограничения на выбор векторов $\vec{l}_I;\vec{l}_{II};\vec{l}_{III}$ и матрицы Леонтьева никак не связаны с правилами трансформирования и следуют лишь из условий стоимостного баланса и определения стоимости рабочей силы пропорционально затратам живого труда.

Рассмотрим первый путь, то есть будем считать заданной обобщённую матрицу Леонтьева, а вектора $\vec{l}_I;\vec{l}_{II};\vec{l}_{III}$ выберем так, чтобы выполнялись равенства (289)-(291). Из уравнения (289) находим выражение вектора $\vec{l}_I$ через вектор $\vec{l}_{II}$:

$$\vec{l}_I = \vec{l}_{II} A_{II;I} \left[\frac{1}{1+m} I - \left(I - A_{I;I} \right)^{-1} A_{I;II} A_{II;I} \right]^{-1} \tag{292}$$

Обозначим стоящую справа и зависящую от m матрицу как $S_I\left(m\right)$:

$$S_I\left(m\right) = A_{II;I} \left[\frac{1}{1+m} I - \left(I - A_{I;I} \right)^{-1} A_{I;II} A_{II;I} \right]^{-1} \tag{293}$$

$$\vec{l}_I = \vec{l}_{II} S_I\left(m\right) \tag{294}$$

Подставляя (294) в (290),получаем уравнение для $\vec{l}_{II}$:

$$\vec{l}_{II} \left[S_I \left(I - A_{I;I} \right)^{-1} A_{I;II} + I \right] A_{II;II} = \frac{1}{1+m} \vec{l}_{II} \tag{295}$$

Обозначим стоящую слева матрицу $S_{II}\left(m\right)$:

$$S_{II}\left(m\right) = \left[S_I \left(I - A_{I;I} \right)^{-1} A_{I;II} + I \right] A_{II;II} \tag{296}$$

$$S_{II}\left(m\right) = \left[A_{II;I} \left[\frac{1}{1+m} I - \left(I - A_{I;I} \right)^{-1} A_{I;II} A_{II;I} \right]^{-1} \cdot \left(I - A_{I;I} \right)^{-1} A_{I;II} + I \right] A_{II;II} \tag{297}$$

$$\vec{l}_{II} S_{II}\left(m\right) = \frac{1}{1+m} \vec{l}_{II} \tag{298}$$

Матрица $S_{II}\left(m\right)$ - квадратная матрица, а уравнение (298) – уравнение на собственные значения и вектора для этой матрицы. Неотрицательному собственному вектору $\vec{l}_{II}$ отвечает собственное число Фробениуса (максимальное по модулю). Поскольку и матрица $S_{II}\left(m\right)$ и собственное число этой матрицы зависят от m, уравнение (298) имеет решение лишь при таком значении m, что определитель матрицы $S_{II}\left(m\right) - \frac{1}{1+m} I$ обращается в ноль:

$$\det \left| S_{II}\left(m\right) - \frac{1}{1+m} I \right| = 0 \tag{299}$$

Решение уравнения (299) даёт нам значение нормы прибавочной стоимости m и собственное число Фробениуса $\lambda_F \equiv \frac{1}{1+m}$, зная которое можно определить собственный вектор Фробениуса $\vec{l}_{II}$ с точностью до умножения на произвольную константу. Численные значения компонент вектора $\vec{l}_{II}$ не определены однозначно, что связано с возможностью произвольного выбора единицы измерения живого труда. Практически определить вектор $\vec{l}_{II}$ можно с помощью следующего итеративного процесса. Выбираем произвольный вектор-строку $\vec{l}_{II}^{(1)}$ так, чтобы первая компонента этого вектора $l_{II;1}^{(1)}$ была равна единице. Действуем на него справа матрицей $S_{II}\left(m\right)$ и полученный вектор опять нормируем так, чтобы первая компонента была равна единице. Потом повторяем этот алгоритм до тех пор, пока компоненты вектора не стабилизируются.

АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕКТОРА ФРОБЕНИУСА:

$$\vec{l}_{II}^{(n+1)} = \frac{(1+m)\cdot \vec{l}_{II}^{(n)} S_{II}(m)}{l_{II;1}^{(n+1)}} \tag{300}$$

Зная вектор $\vec{l}_{II}$, можно определить вектор $\vec{l}_I$, используя формулу (292), а, зная вектора $\vec{l}_I$ и $\vec{l}_{II}$, можно найти и вектор $\vec{l}_{III}$, используя формулу (291):

$$\vec{l}_{III} = (1+m)\cdot\left[\vec{l}_I\left(I - A_{I;I}\right)^{-1} A_{I;II} A_{II;III} + \vec{l}_{II} A_{II;III}\right] \tag{301}$$

$$\vec{l}_{III} = (1+m)\cdot\vec{l}_{II}\left[S_I(m)\cdot\left(I - A_{I;I}\right)^{-1} A_{I;II} + I\right] A_{II;III} = \vec{l}_{II} S_{III}(m) \tag{302}$$

$$S_{III} = (1+m)\cdot\left[S_I(m)\cdot\left(I - A_{I;I}\right)^{-1} A_{I;II} + I\right] A_{II;III} \tag{303}$$

Зная вектора $\vec{l}_I;\vec{l}_{II};\vec{l}_{III}$, по формулам (277)-(279) находим стоимости товаров.

Таким образом, если задана обобщённая матрица Леонтьева, то из условий стоимостного баланса и определения рабочей силы пропорционально живому труду можно найти норму прибавочной стоимости, три вектора живого труда $\vec{l}_I;\vec{l}_{II};\vec{l}_{III}$ и три вектора стоимостей $\vec{v}_I;\vec{v}_{II};\vec{v}_{III}$. Из условий баланса простого воспроизводства в физических единицах следует, что выпуски продукции связаны соотношениями (270)-(272) и, задав произвольно выпуск продукции третьего подразделения, можно найти выпуски продукций первого и второго подразделений. Зная все эти величины, можно заполнить матрицу общественного воспроизводства в стоимостях (Таблица 8).

D. Определение вектора цен производства.

Вектор цен производства удовлетворяет системе уравнений:

$$\begin{cases} \left(\vec{p}_I A_{I;I} + \vec{p}_{II} A_{II;I}\right)(1+r) = \vec{p}_I \\ \left(\vec{p}_I A_{I;II} + \vec{p}_{II} A_{II;II}\right)(1+r) = \vec{p}_{II} \\ \left(\vec{p}_I A_{I;III} + \vec{p}_{II} A_{II;III}\right)(1+r) = \vec{p}_{III} \end{cases} \tag{304}$$

Первые два уравнения указывают, что вектор $\{\vec{p}_I;\vec{p}_{II}\}$ является левым собственным вектором матрицы $\tilde{A} = \begin{pmatrix} A_{I;I} & A_{I;II} \\ A_{II;I} & A_{II;II} \end{pmatrix}$, соответствующим собственному значению $\lambda_F = \frac{1}{1+r}$. Это – собственный вектор и собственное число Фробениуса. Собственное число Фробениуса λ_F - это максимальное по модулю неотрицательное собственное значение матрицы $\tilde{A}$. Собственный вектор Фробениуса – это собственный вектор матрицы $\tilde{A}$, у которого все компоненты больше нуля. Таким образом, решая задачу на собственные вектора и значения для матрицы $\tilde{A}$,мы определяем вектор $\{\vec{p}_I;\vec{p}_{II}\}$ и норму прибыли $r = \frac{1}{\lambda_F} - 1$. Вектор $\{\vec{p}_I;\vec{p}_{II}\}$ определяется с точностью до выбора произвольной константы, которую всегда можно выбрать так, чтобы выполнялось одно из условий трансформирования. В следующей главе приведены расчёты, выполненные в программе Mathematica 8.1. Константа нормировки вектора $\{\vec{p}_I;\vec{p}_{II}\}$ выбиралась так, чтобы выполнялось условие равенства совокупной прибавочной стоимости и совокупной прибыли. Как только эта константа выбрана, вектор цен определяется однозначным образом. При этом второе правило трансформирования в общем случае будет нарушено.

Запишем два условия трансформирования:

ПЕРВОЕ УСЛОВИЕ ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ. Совокупная прибавочная стоимость равна совокупной прибыли.

$$M=\left(\frac{m}{1+m}\right)\cdot\left(\vec{l}_I\vec{X}_I+\vec{l}_{II}\vec{X}_{II}+\vec{l}_{III}\vec{X}_{III}\right)=\vec{p}_{III}\vec{X}_{III} \tag{305}$$

ВТОРОЕ УСЛОВИЕ ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ. Стоимость совокупного продукта равна его цене производства.

$$\vec{v}_I\vec{X}_I+\vec{v}_{II}\vec{X}_{II}+\vec{v}_{III}\vec{X}_{III}=\vec{p}_I\vec{X}_I+\vec{p}_{II}\vec{X}_{II}+\vec{p}_{III}\vec{X}_{III} \tag{306}$$

Мы считаем заданными вектор выпуска $\vec{X}_{III}$ и обобщённую матрицу Леонтьева. В этом случае норма прибавочной стоимости определяется из уравнения (299), а вектор $\vec{l}_{II}$ при этом является левым собственным вектором Фробениуса для матрицы $S_{II}\left(m\right)$. Как и любой собственный вектор, $\vec{l}_{II}$ определён с точностью до умножения на произвольную константу. Как только эта константа выбрана, вектора $\vec{l}_I$ и $\vec{l}_{III}$ находятся однозначно по формулам (293)-(294) и (301)-(302). Вектор цен производства $\left\{\vec{p}_I;\vec{p}_{II}\right\}$ является собственным вектором матрицы $\tilde{A}$ и также определяется лишь с точностью до умножения на произвольную константу, но как только эта константа выбрана, вектор $\left\{\vec{p}_I;\vec{p}_{II};\vec{p}_{III}\right\}$ будет однозначно определён, учитывая третье уравнение системы (303). Мы имеем, таким образом, возможность выбора для двух констант, нормирующих собственные вектора $\vec{l}_{II}$ и $\left\{\vec{p}_I;\vec{p}_{II}\right\}$. Однако эта возможность выбора двух нормирующих констант всё же не даёт нам возможность выбрать цены так, чтобы удовлетворить обоим условиям трансформирования (305)-(306). Докажем это утверждение.

Обозначим a и b искомые константы нормирования собственных векторов $\vec{l}_{II}$ и $\left\{\vec{p}_I;\vec{p}_{II}\right\}$ соответственно, при которых выполнены оба условия трансформирования (305)-(306). Используя формулы (277)-(279), (294) и (301), перепишем условия (304)-(305) следующим образом:

$$M=\left(\frac{m}{1+m}\right)\cdot b\cdot\vec{l}_{II}\left(S_I\vec{X}_I+\vec{X}_{II}+S_{III}\vec{X}_{III}\right)=a\cdot\vec{p}_{III}\vec{X}_{III} \tag{307}$$

$$b\cdot\vec{l}_{II}\cdot\left[S_I\left(I-A_{I;I}\right)^{-1}\left(\vec{X}_I+A_{I;II}\vec{X}_{II}+A_{I;III}\vec{X}_{III}\right)+\vec{X}_{II}+S_{III}\vec{X}_{III}\right]=a\cdot\left(\vec{p}_I\vec{X}_I+\vec{p}_{II}\vec{X}_{II}+\vec{p}_{III}\vec{X}_{III}\right) \tag{308}$$

Здесь $\vec{l}_{II}$ и $\left\{\vec{p}_I;\vec{p}_{II};\vec{p}_{III}\right\}$ - вектора, удовлетворяющие уравнениям (298) и (303) в произвольно взятой нормировке, а величины a и b- искомые константы нормировки, при которой выполнены оба условия трансформирования. Подставив (306) в (307), получим:

$$b\cdot\vec{l}_{II}\cdot\left\{\left[S_I\left(I-A_{I;I}\right)^{-1}\left(\vec{X}_I+A_{I;II}\vec{X}_{II}+A_{I;III}\vec{X}_{III}\right)+\vec{X}_{II}+S_{III}\vec{X}_{III}-\left(\frac{m}{1+m}\right)\cdot\left(S_I\vec{X}_I+\vec{X}_{II}+S_{III}\vec{X}_{III}\right)\right]-\right.$$
$$\left.-\left(\frac{m}{1+m}\right)\cdot\frac{\vec{p}_I\vec{X}_I+\vec{p}_{II}\vec{X}_{II}}{\vec{p}_{III}\vec{X}_{III}}\left(S_I\vec{X}_I+\vec{X}_{II}+S_{III}\vec{X}_{III}\right)\right\}=0 \tag{309}$$

Из формулы (309) мы видим, что либо $b=0$ (и тогда $a=0$), либо должно обращаться в ноль выражение $\vec{l}_{II}\cdot\{...\}$ в формуле (309), и тогда константу нормирования b можно выбрать произвольно, а константа a будет определяться из уравнения (306).

Итак, мы доказали, что удовлетворить сразу обоим условиям трансформирования в общем случае нельзя. Мы также получили условие, при котором оба условия трансформирования выполняются:

$$\vec{l}_{II}\cdot\left\{\left[S_I\left(I-A_{I;I}\right)^{-1}\left(\vec{X}_I+A_{I;II}\vec{X}_{II}+A_{I;III}\vec{X}_{III}\right)+\vec{X}_{II}+S_{III}\vec{X}_{III}-\left(\frac{m}{1+m}\right)\cdot\left(S_I\vec{X}_I+\vec{X}_{II}+S_{III}\vec{X}_{III}\right)\right]-\right.$$
$$\left.-\left(\frac{m}{1+m}\right)\cdot\frac{\vec{p}_I\vec{X}_I+\vec{p}_{II}\vec{X}_{II}}{\vec{p}_{III}\vec{X}_{III}}\left(S_I\vec{X}_I+\vec{X}_{II}+S_{III}\vec{X}_{III}\right)\right\}=0$$

(310)

Используя формулы (270)-(271) и выражая из системы (303) вектора $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_3$ через $\vec{p}_2$, можно формулу (309) преобразовать к виду:

$$\vec{l}_{II}\cdot\left\{\mathrm{M}_1-\mathrm{M}_2\right\}\cdot\vec{X}_{III}=0 \tag{311}$$

$$\mathrm{M}_1=S_I\left(I-A_{I;I}\right)^{-1}\left(B_I+A_{I;II}B_{II}+A_{I;III}\right)+B_{II}+S_{III} \tag{312}$$

$$\mathrm{M}_2=\left(\frac{m}{1+m}\right)\cdot\left(1+\frac{\vec{p}_2Q_1\vec{X}_{III}}{\vec{p}_2Q_2\vec{X}_{III}}\right)\cdot\left(S_IB_I+B_{II}+S_{III}\right) \tag{313}$$

$$Q_1=A_{II;I}\left(\Lambda\cdot I-A_{I;I}\right)^{-1}B_I+B_{II} \tag{314}$$

$$Q_2=A_{II;I}\left(\Lambda\cdot I-A_{I;I}\right)^{-1}A_{I;III}+A_{II;III} \tag{315}$$

$$\Lambda=\frac{1}{1+r} \tag{316}$$

При выводе мы учли следующие соотношения:

$$\vec{p}_1=\vec{p}_2A_{II;I}\left(\Lambda\cdot I-A_{I;I}\right)^{-1} \tag{317}$$

$$\vec{p}_3=\left(\frac{1}{\Lambda}\right)\cdot\left[A_{II;I}\left(\Lambda\cdot I-A_{I;I}\right)^{-1}A_{I;III}+A_{II;III}\right] \tag{318}$$

X. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ, ВЫПОЛНЕННЫХ В ПРОГРАММЕ “MATHEMATICA 8.1”.

Для исследования решений задачи трансформирования в матрично-векторной постановке была использована программа “Mathematica 8.1”. Алгоритм решения основан на приведённых выше формулах. Вектор $\vec{l}_{II}$ брался в нормировке пакета “Mathematica 8.1”, а константа нормировки вектора $\{\vec{p}_I;\vec{p}_{II};\vec{p}_{III}\}$ выбиралась так, чтобы удовлетворить условию трансформирования (304). Компоненты матриц $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III};A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$ задавались с помощью генератора случайных чисел с равномерным распределением от 0 до некоторого максимального значения CR. Мы рассмотрели несколько вариантов выбора нормирующих констант CR1; CR2; CR3; CR4; CR5; CR6 (номера констант соответствуют номеру матрицы в последовательности $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III};A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$:

СТРУКТУРА-1. Константы CR случайного распределения для всех матриц одинаковы:

CR1 = CR2 = CR3 = CR4 = CR5 = CR6

СТРУКТУРА-2. Константы CR случайного распределения для матриц $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ и для матриц $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$ по отдельности равны, но при этом константа для матриц $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ вдвое больше константы для матриц $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$.

CR1 = CR2 = CR3 = 2 * (CR4 = CR5 = CR6)

СТРУКТУРА-3. Константы CR3 = CR4 вдвое меньше констант CR1 = CR2 и константы CR5 = CR6 составляют 0.3 от значения констант CR1 = CR2.

НЕТ СТРУКТУРЫ. В этом случае константы выбирались случайным образом.

Для каждой из структур было проведено несколько серий расчетов. Каждая серия соответствовала некоторому выбору размерности матриц (числа отраслей в экономике). Число отраслей, производящих средства производства, было обозначено как N1, число отраслей второго подразделения обозначено как N2 и число отраслей, производящих роскошь, - как N3. Например:

СЕРИЯ-1. N1 = 6; N2 = 12; N3 = 4; всего – 22 отрасли.

СЕРИЯ-2. N1 = 12; N2 = 20; N3 = 8; всего – 40 отраслей.

СЕРИЯ-3. N1 = 20; N2 = 40; N3 = 15; всего – 75 отраслей.

СЕРИЯ-4. N1 = 30; N2 = 60; N3 = 25; всего – 115 отраслей.

СЕРИЯ-5. N1 = 50; N2 = 100; N3 = 40; всего – 190 отраслей[20].

Программа расчетов была составлена из двух самостоятельных подпрограмм. Первая подпрограмма генерирует массив исходных даных[21] – значения элементов матриц и вектора $\vec{X}_3$. Константы CR при этом надо подобрать так, чтобы уравнение (299) для нормы прибавочной стоимости имело решение[22]. Поэтому программа генерирования исходных данных содержит блок построения функции расчета определителя: $f(m)=\left|S_{II}(m)-\frac{1}{1+m}I\right|$. Точка пересечения с осью абсцисс этого графика позволяет визуально определить первое приближение для нормы прибавочной стоимости. Основная программа содержит расчет всех матриц и векторов, приведённых в предыдущей главе[23]. Окончательным результатом её являются две матрицы

---

[20] Полный перечень проведённых вариантов расчета – на листе “MatrixExamplesMathematica” в Excel приложении к данной статье.

[21] Программа ‘InData’ в архиве программ MathArxive, папка Program-1.

[22] Это делается методом подбора.

[23] Программы расчёта собраны в папке Program-1 архива MathArxive.

простого воспроизводства в стоимостях и ценах производства, удовлетворяющих условию трансформирования (200).

Процедура поиска решения организована следующим образом. После того, как подбором констант CR в программе начальных данных удаётся визуализировать существование и примерное значение корня m уравнения $f(m)=0$, начальные данные копируются в основную программу и дальше уже не меняются. В основной программе задаётся начальное приближение m и с помощью метода Ньютона происходит уточнение значения m до требуемой точности (на практике, до тех пор, пока не будет достигнуто условие $|f(m)|<10^{-15}$). Собственный вектор Фробениуса матрицы S_{II} стоит на первом месте в списке собственных векторов, генерируемых “Mathematica 8.1”. Этот вектор берётся в качестве вектора $\vec{l}_2$. Потом программа находит собственное значение и собственный вектор Фробениуса матрицы $\tilde{A}$. После этого определяется константа нормирования вектора цен производства, при которой выполняется условие трансформирования (304) и рассчитывается окончательный результат – искомые матрицы общественного простого воспроизводства в стоимостях и ценах производства. Для контроля над ходом вычислений в программу встроены проверочные тесты (“Proverka”). Был также выполнен тест, иллюстрирующий идентичность результатов расчёта в программе пакета Mathematica и в Excel программе (программа “TransformationMATRIXproverka” в архиве MathArxive и лист ‘Test’ в Excel приложении к статье).

Полученные в результате расчётов данные собраны на листе ‘ExamplesMathematica’ в Excel-приложении к данной статье. Сводка статистики по собранным данным представлена на листе ‘Statistics’.

Для каждого варианта расчёта были вычислены следующие величины:

(1) Коэффициенты трансформирования $x_1;x_2;x_3$ и дисперсия их как показатель величины расхождения (разброса) этих коэффициентов. Также был вычислен коэффициент x для всей экономики.

(2) Коэффициенты трансформирования $y_1;y_2;y_3$ и дисперсия их как показатель величины расхождения (разброса) этих коэффициентов. Также был вычислен коэффициент y для всей экономики.

(3) Органические строения капитала подразделений в стоимостях и ценах производства и дисперсии этих строений как показатель их расхождения (разброса).

(4) Относительное отклонение цены производства от стоимости выпуска всей продукции. Этот показатель характеризует степень нарушения условия трансформирования (305).

Рассчитанные величины 1) – 4) были упорядочены по сериям и по структурам для выявления статистических закономерностей. Результаты первой и четвёртой серий при структуре-1 показывают, что показатель (4) прямо зависит от нормы прибыли: чем ниже норма прибыли, тем меньше относительное отклонение цены производства от стоимости выпуска всей продукции. В качестве примера этой закономерности приводим **Рисунки 4-7.**

Рисунок 4. График относительного отклонения стоимости от цены производства валового выпуска продукции – в зависимости от нормы прибыли (структура-1).

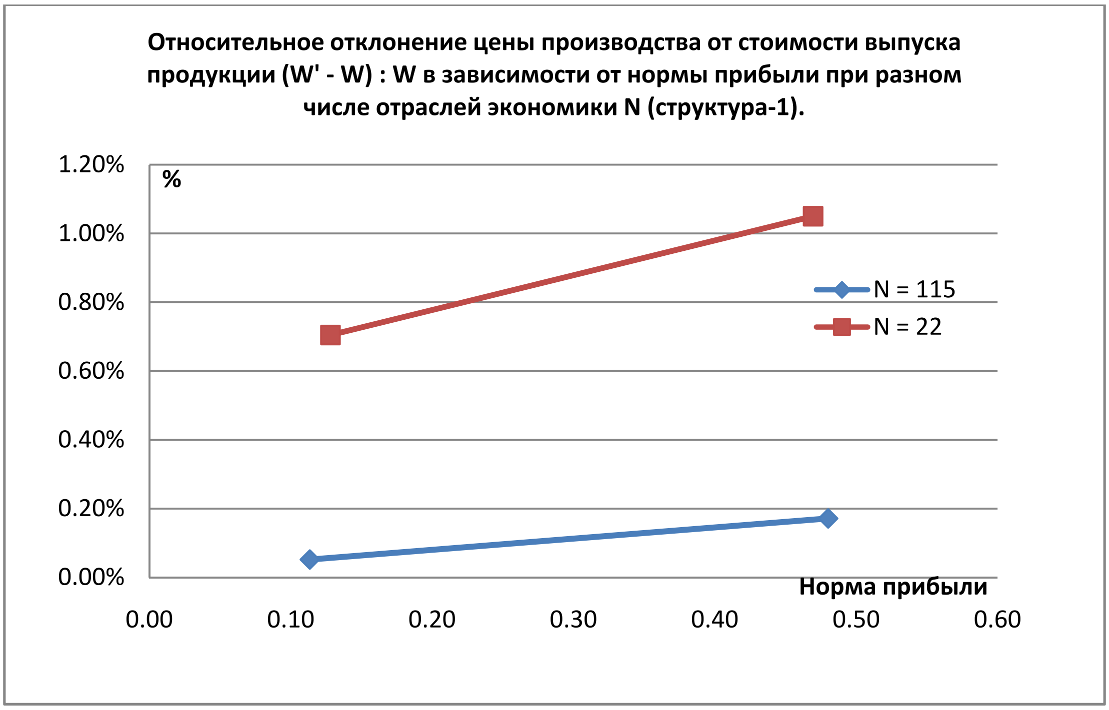


Рисунок 4 показывает, что для структуры-1 показатель относительное отклонение стоимости валового выпуска от цены производства уменьшается с ростом числа отраслей. Иначе говоря, степень нарушения второго условия трансформирования становится всё меньше по мере роста числа отраслей в подразделениях. Это происходит, вследствие выравнивания органических строений в подразделениях по мере увеличения числа отраслей - **Рисунок 5.**

Рисунок 5. Зависимость дисперсии органических строений капиталов в подразделениях от числа отраслей (структура-1). Показаны два случая – с нормой прибыли R ≈ 0.11 и R ≈ 0.48.

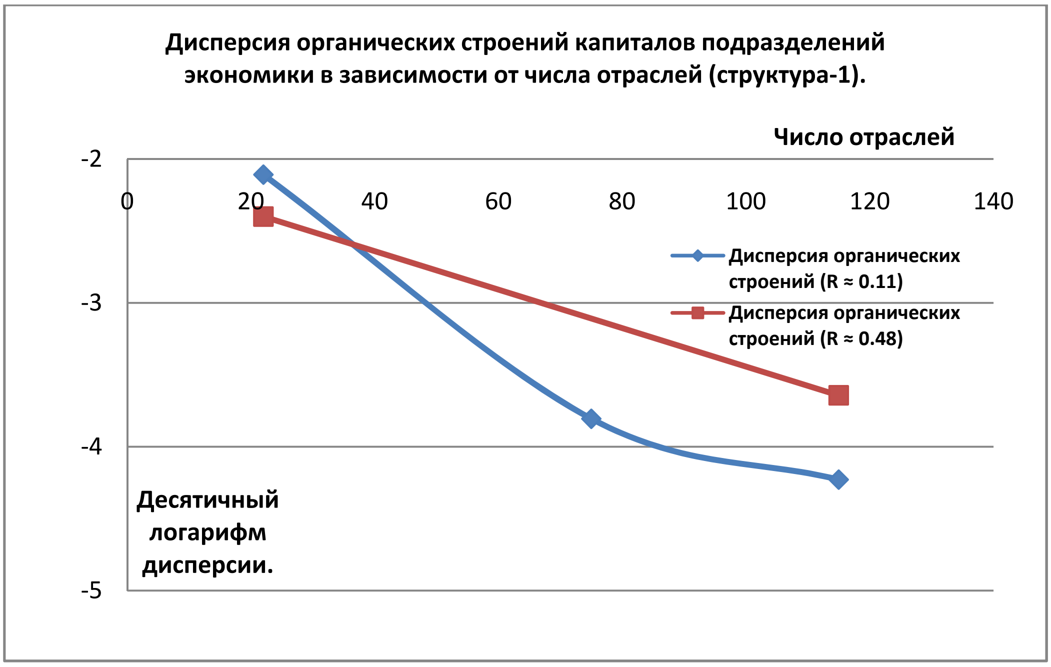


Рисунок 6. Зависимость дисперсии органических строений от числа отраслей (структура-2).

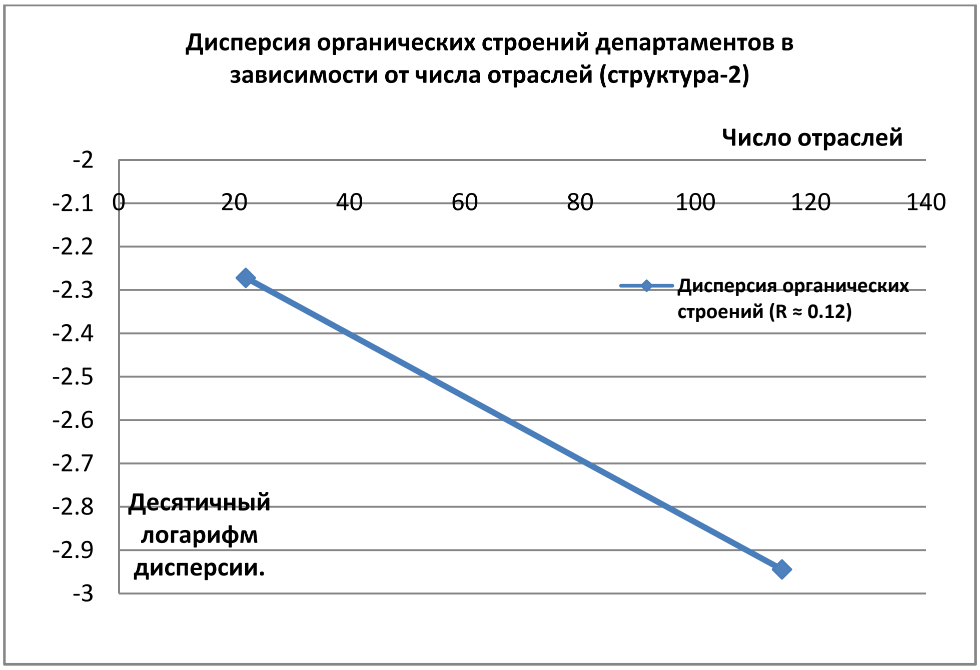
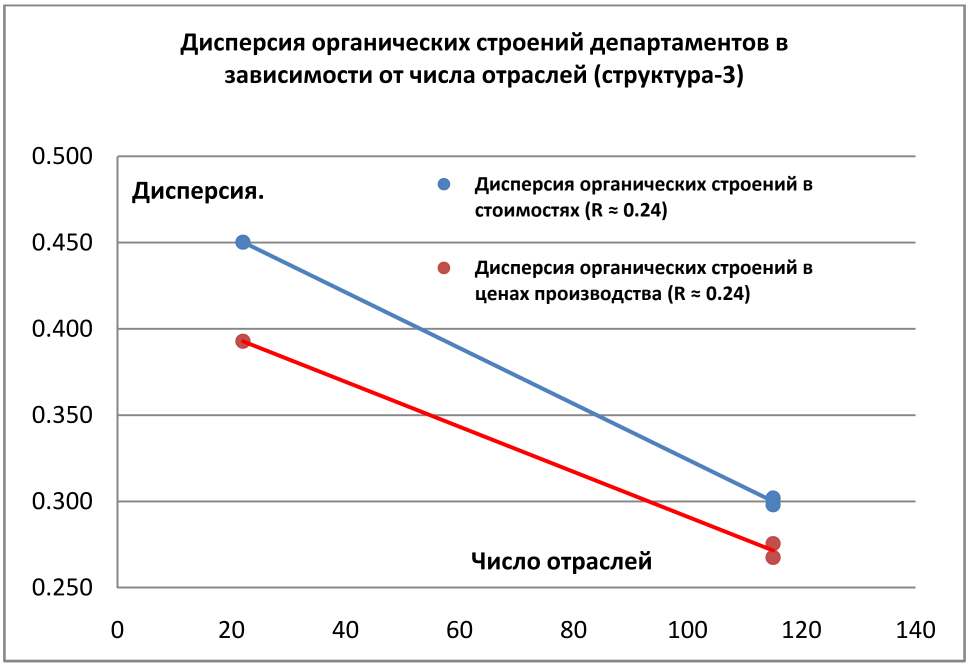


Рисунок 7. Зависимость дисперсии органических строений от числа отраслей (структура-3).



На **Рисунках 6-7** приведены дисперсии органических строений капиталов подразделений в зависимости от числа отраслей экономики для структур-2 и 3. При всех рассмотренных структурах наблюдается уменьшение дисперсии органических строений с ростом числа отраслей – то есть происходит выравнивание органических строений разных подразделений. При этом наиболее быстро это выравнивание происходит в структурах-1 и 2 и более медленно в структуре-3. В связи с ограниченностью объёма данных нельзя уверенно говорить о том, что эта тенденция есть при любых структурах. Она совершенно отчётливо прослеживается для структуры-1, менее заметна, но всё же, по-видимому, есть и для структуры-2. Но для структуры-3 это выравнивание органических строений выражено довольно слабо, и вопрос остаётся открытым. Расчётное время программы при росте числа отраслей растёт по квадратичному закону – удвоение числа отраслей приводит к примерно четырёхкратному росту времени прогонки программы. Поэтому довольно сложно проверить эту закономерность для структуры-3, где снижение дисперсии органических строений с ростом числа отраслей происходит медленно.

В качестве наглядных примеров выравнивания органических строений с ростом числа отраслей экономики ниже (**Таблицы 15-17**) приведены результаты расчётов для структуры-1 при примерно одинаковой норме прибыли для нескольких серий. Видно, как **с ростом числа отраслей матрица общественного воспроизводства становится всё более симметричной, а органические строения подразделений выравниваются.** Стоимости почти совпадают с ценами производства, и это совпадение с ростом числа отраслей становится всё более точным.

Коэффициенты изменения цен при трансформировании также выравниваются с ростом числа отраслей, но – что следует особо подчеркнуть – выравнивание этих коэффициентов происходит при всех рассмотренных структурах и, судя по нашим данным, оно имеет место даже в случае отсутствия какой-либо структуры среди констант равномерного распределения элементов матриц (случай отсутствия структуры). На **Рисунках 8-10** приведены графики зависимости дисперсий коэффициентов трансформирования от числа отраслей.

Ещё одна интересная закономерность – существование линейной зависимости между нормой прибавочной стоимости и нормой прибыли при заданной структуре констант равномерного распределения. На **Рисунке 11** показаны графики этой зависимости для разных структур.

Линейные тренды для каждой структуры проходят через начало координат в пределах точности полученных значений. Этот результат подтверждает известную теорему, согласно которой норма прибыли положительна тогда и только тогда, когда норма прибавочной стоимости больше нуля (Morishima-Seton-Okishio theorem; Morishima and Seton (1961); Okishio (1963)).

ВЫВОД ПЕРВЫЙ. Поскольку дисперсии коэффициентов трансформирования $x_1; x_2; x_3$ и $y_1; y_2; y_3$ уменьшаются с ростом числа отраслей при всех рассмотренных структурах констант случайного равномерного распределения элементов обобщённой матрицы Леонтьева, то при достаточно большом числе отраслей эти коэффициенты будут почти одинаковы, и мы приходим к постановке Борткевича проблемы трансформирования $x_1 \approx x_2 \approx x_3$ и $y_1 \approx y_2 \approx y_3$. Это значит, что постановка задачи у Борткевича соответствует предельному случаю бесконечно большого числа отраслей, когда приближённые равенства $x_1 \approx x_2 \approx x_3$ и $y_1 \approx y_2 \approx y_3$ становятся точными равенствами. В реальной экономике число отраслей ограничено. Постановка задачи трансформирования у Борткевича будет тем более реалистичной, чем больше число отраслей в рыночной экономике. Отсюда следует, что все результаты, полученные нами ранее в рамках постановки задачи при условиях $x_1 = x_2 = x_3$ и $y_1 = y_2 = y_3$, применимы и к реальной экономике с очень большим числом отраслей.

Таблица 15. Матрицы общественного воспроизводства в стоимостях и ценах производства для структуры-1 при числе отраслей N = 22.

Матрица общественного воспроизводства в стоимостях				
	C	V	M	W
I	556.8720	1220.14	257.178	**2034.1900**
II	1204.32	2023.86	426.584	**3654.7640**
III	272.992	410.769	86.5811	**770.3421**
	2034.1840	**3654.7690**	**770.3431**	6459.2961
Серия-1	**R =**	0.136526		
Структура-1	**m =**	0.21077751		
Матрица общественного воспроизводства в ценах производства.				
	C'	V'	M'	W'
I	548.1850	1214.93	240.712	**2003.8270**
II	1186.56	2014.97	437.093	**3638.6230**
III	269.081	408.723	92.5382	**770.3422**
	2003.8260	**3638.6230**	**770.3432**	6412.7922

Таблица 16. Матрицы общественного воспроизводства в стоимостях и ценах производства для структуры-1 при числе отраслей N = 75.

Матрица общественного воспроизводства в стоимостях				
	C	V	M	W
I	1305.3800	2595.43	420.154	**4320.9640**
II	2599.87	5150.12	833.713	**8583.7030**
III	415.717	838.151	135.682	**1389.5500**
	4320.9670	**8583.7010**	**1389.5490**	14294.2170
Серия-3	**R =**	0.10762		
Структура-1	**m =**	0.16188227		
Матрица общественного воспроизводства в ценах производства.				
	C'	V'	M'	W'
I	1306.4200	2596.8	420.064	**4323.2840**
II	2600.83	5153.06	834.472	**8588.3620**
III	416.038	838.499	135.013	**1389.5500**
	4323.2880	**8588.3590**	**1389.5490**	14301.1960

Таблица 17. Матрицы общественного воспроизводства в стоимостях и ценах производства для структуры-1 при числе отраслей N = 115.

Матрица общественного воспроизводства в стоимостях				
	C	V	M	W
I	2290.4100	4381.58	731.711	7403.7010
II	4383.36	8538.86	1425.96	14348.1800
III	729.93	1427.74	238.429	2396.0990
	7403.7000	14348.1800	2396.1000	24147.9800
Серия-4	**R =**	0.110121		
Структура-1	**m =**	0.16699679		
Матрица общественного воспроизводства в ценах производства.				
	C'	V'	M'	W'
I	2292.3700	4382.18	735.008	7409.5580
II	4386.6	8539.26	1423.41	14349.2700
III	730.592	1427.82	237.687	2396.0990
	7409.5620	14349.2600	2396.1050	24154.9270

Рисунок 8. Дисперсия коэффициентов трансформирования $x_1; x_2; x_3$ и $y_1; y_2; y_3$ в зависимости от числа отраслей (структура-1).

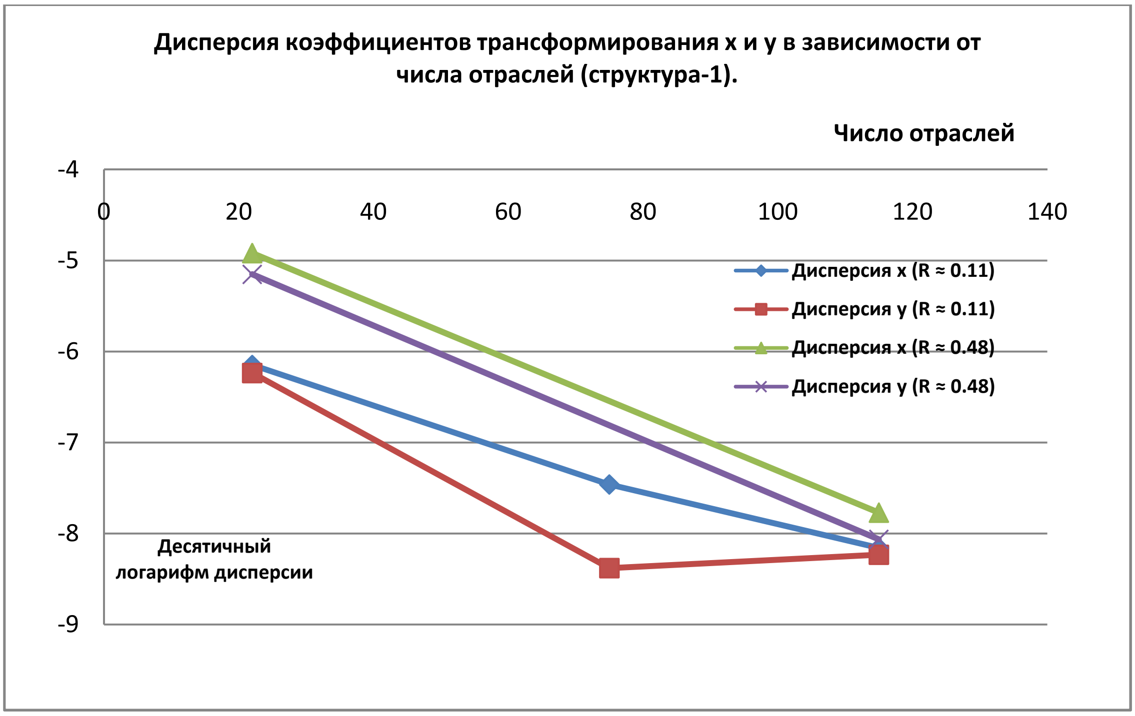


Рисунок 9. Дисперсия коэффициентов трансформирования $x_1; x_2; x_3$ и $y_1; y_2; y_3$ в зависимости от числа отраслей (структура-2).

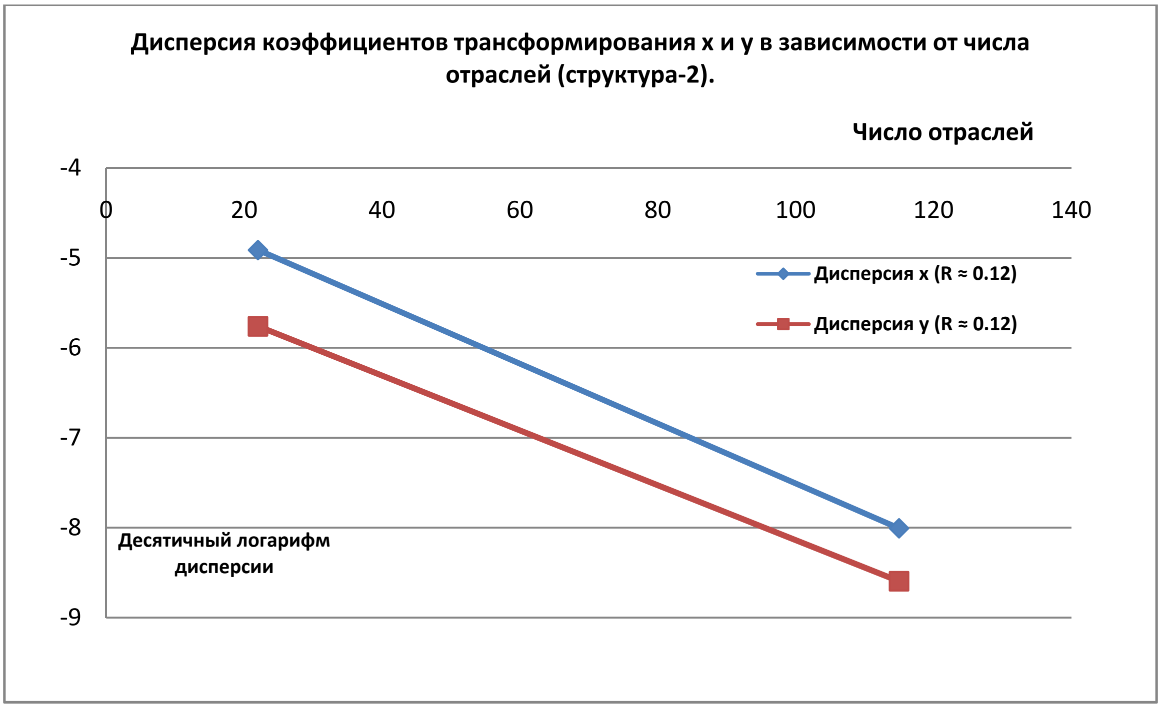


Рисунок 10. Дисперсия коэффициентов трансформирования $x_1; x_2; x_3$ и $y_1; y_2; y_3$ в зависимости от числа отраслей (структура-3).

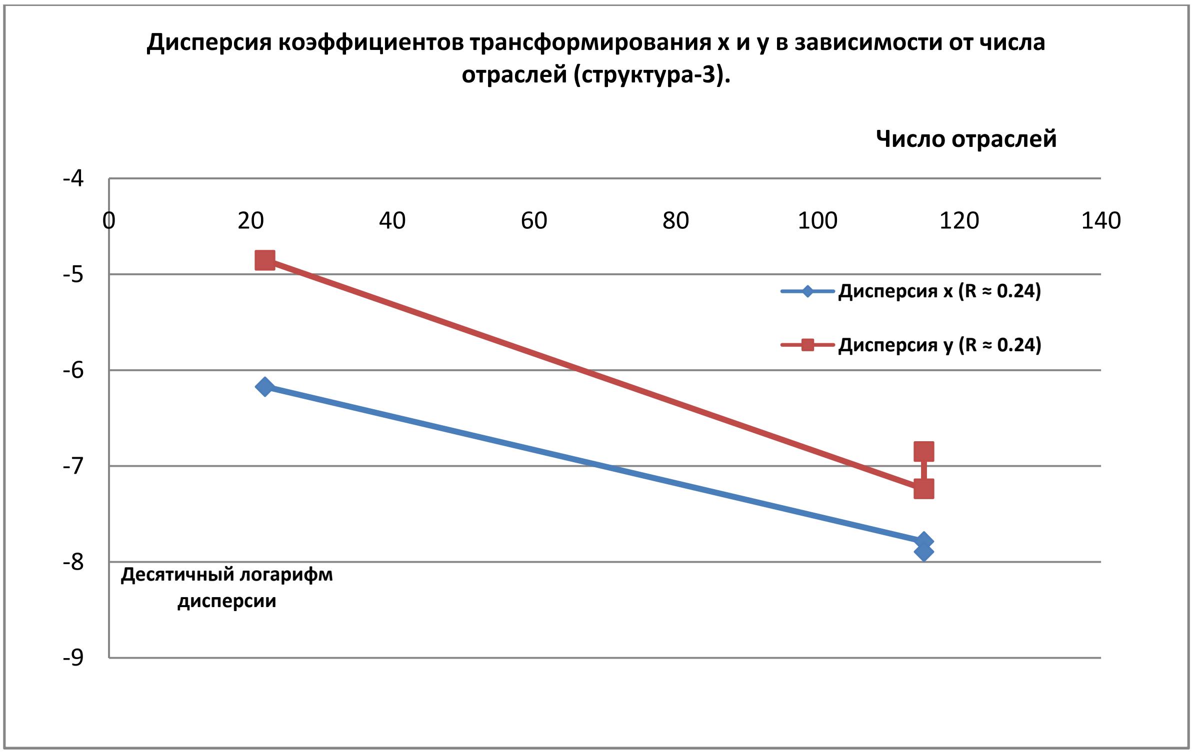
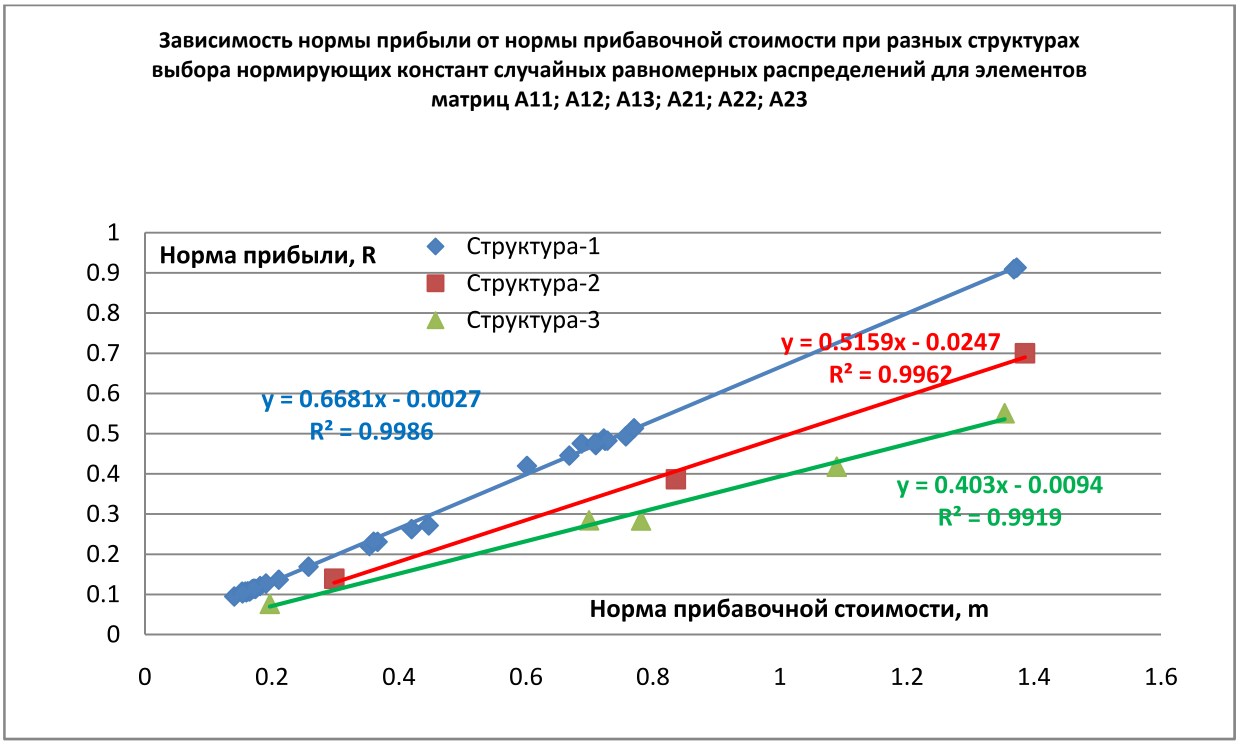


Рисунок 11. Зависимость нормы прибыли от нормы прибавочной стоимости для разных структур.



ВЫВОД ВТОРОЙ. Расчёты показывают, что органические строения капиталов разных департаментов выравниваются с ростом числа отраслей для структур-1 и 2 и, хотя и гораздо медленнее, для структур 3. Если реальная экономика соответствует структуре-1 или 2, то с ростом числа отраслей обе матрицы общественного воспроизводства (в стоимостях и ценах производства) становятся симметричны и обмен по стоимости становится также и обменом по ценам производства: стоимости и цены производства продукции подразделений становятся равны. Для структуры-1 все константы равномерного распределения CR равны, то есть элементы всех шести матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}; A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$ распределены одинаковым образом. По-видимому, более реалистичной является структура-2, где одинаковы константы равномерного распределения элементов у матриц, описывающих производство средств производства $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$ (CR1 = CR2 = CR3) , и у матриц, описывающих производство предметов потребления $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$ (CR4 = CR5 = CR6), причём эти константы равномерного распределения разные. Но и в этом случае происходит выравнивание органических строений с ростом числа отраслей. Для других структур (структура-3) уже затруднительно сделать определённый вывод. Хотя дисперсия органических строений снижается и в этих случаях, снижение это намного меньше и не так хорошо выражено, чем для структур-1 и 2[24]. **Если считать реалистичными структуры-1 или 2, то можно сделать вывод, что при большом числе отраслей, в силу почти точного совпадения стоимостей и цен производства продукции подразделений, никакого трансформирования стоимостей в цены производства вообще не требуется. Матрицы оказываются почти симметричны при большом числе отраслей, а стоимости и цены производства продукции подразделений почти равны.**

[24] Дисперсия может уменьшаться и за счёт роста среднего значения органических строений при увеличении числа отраслей. Лишь прямое сравнение таблиц в стоимостях и ценах производства позволяет сделать вывод – выполняется или нет тенденция сближения значений соответствующих элементов этих матриц при росте числа отраслей.

XI. СПЕЦИФИКАЦИЯ МАТРИЦ $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$, ПРИ КОТОРОЙ ИХ СТОЛБЦЫ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ ВЫПУСКУ $\vec{X}_{II}$ И ЗАТРАТАМ ЖИВОГО ТРУДА НА ПРОИЗВОДСТВО ЕДИНИЦЫ ПРОДУКТА.

В предыдущей главе был рассмотрен случай произвольного задания матриц $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$. Рассмотрим теперь частный случай, в котором вектора-столбцы этих матриц пропорциональны вектору выпуска предметов потребления и затратам живого труда на производство единицы продукта. Это довольно часто используемое предположение, согласно которому потребление рабочих в каждой отрасли пропорционально некоторому набору предметов потребления и затрате живого труда рабочих. Обычно вводят «набор предметов потребления» рабочих (“bundle”) и полагают, что зарплата в натуральном выражении пропорциональна этому набору. Если обозначить набор предметов потребления за единичный труд вектором-столбцом $\vec{b}$, то зарплата в натуральном выражении за труд по производству единицы продукта в отрасли i будет равна:

$$\vec{w}_i = l_i \cdot \vec{b} \tag{319}$$

Очевидно, что вектор $\vec{b}$ пропорционален выпуску второго подразделения $\vec{X}_{II}$, поскольку вся продукция этого подразделения потребляется лишь рабочими. Из условий баланса простого воспроизводства следует:

$$\sum_i \vec{w}_i X_i = \sum_i l_i X_i \cdot \vec{b} = \vec{X}_{II} \tag{320}$$

Здесь индекс i нумерует отрасли всей экономики. Перепишем (320) через переменные для трёх подразделений:

$$\left(\vec{l}_1\vec{X}_I + \vec{l}_2\vec{X}_{II} + \vec{l}_3\vec{X}_{III}\right)\cdot \vec{b} = \vec{X}_{II} \tag{321}$$

Введём обозначение:

$$\alpha = \frac{1}{\vec{l}_1\vec{X}_I + \vec{l}_2\vec{X}_{II} + \vec{l}_3\vec{X}_{III}} \tag{322}$$

Тогда вектор-столбец для отрасли i запишется в виде:

$$\vec{w}_i = \alpha \vec{X}_{II} \cdot l_i \tag{323}$$

Отсюда находим выражение для матриц $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$:

$$A_{II;I} = \alpha \vec{X}_{II}\vec{l}_1; \qquad A_{II;II} = \alpha \vec{X}_{II}\vec{l}_2; \qquad A_{II;III} = \alpha \vec{X}_{II}\vec{l}_3 \tag{324}$$

Прямой проверкой убеждаемся, что выполняются условия баланса (269).

Из условий баланса можно найти выпуск $\vec{X}_I$ по заданным выпускам $\vec{X}_{II};\vec{X}_{III}$:

$$\vec{X}_I = \left(I - A_{I;I}\right)^{-1}\left(A_{I;II}\vec{X}_{II} + A_{I;III}\vec{X}_{III}\right) \tag{325}$$

Таким образом, в рассматриваемом случае можно произвольно задавать выпуски второго и третьего подразделений и вектора затрат живого труда $\vec{l}_1;\vec{l}_2;\vec{l}_3$. Вектора стоимостей находятся с помощью формул (277)-(279).

Подставив (324) в уравнения (286)-(288), находим норму прибавочной стоимости:

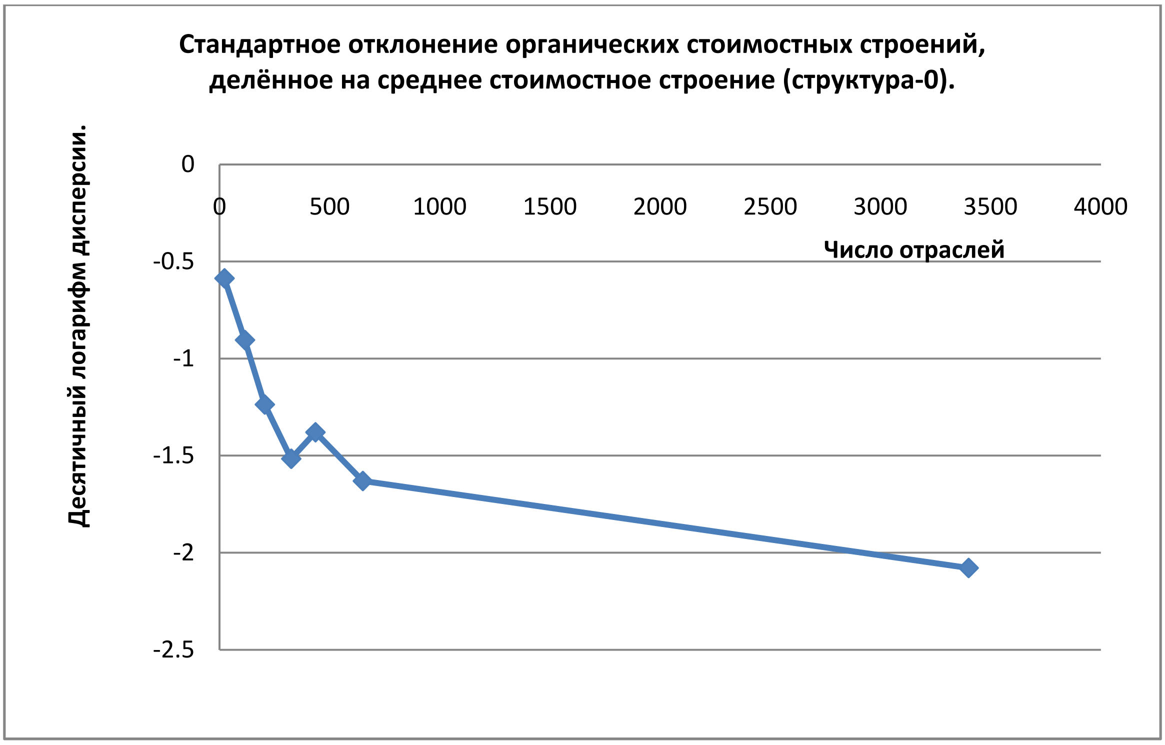
$$\frac{1}{1+m} = \alpha \vec{v}_{II}\vec{X}_{II} \tag{326}$$

Зная норму прибавочной стоимости, можно все остальные расчёты вести по алгоритму, описанному в предыдущей главе[25]. Компоненты векторов $\vec{l}_1;\vec{l}_2;\vec{l}_3$ задавались как равномерно распределённая величина с константой распределения = 1. Компоненты векторов $\vec{X}_{II};\vec{X}_{III}$ задавались как равномерно распределённая случайная величина с одинаковой константой распределения.

Расчёты были выполнены для двух структур: структура-0, для которой константы равномерного случайного подразделения для матриц $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ взяты равными и структура-01, где эти три константы были взяты пропорционально трём произвольно выбранным значениям (0.13 для $A_{I;I}$, 0.307 для $A_{I;II}$ и 0.23 для $A_{I;III}$).

В случае структуры-0 с ростом числа отраслей матрица воспроизводства стремится стать симметричной. Об этом свидетельствуют графики на **рисунках 12-14.**

Рисунок 12. Стандартное отклонение органических стоимостных строений, делённое на среднее стоимостное строение (структура-0).



На **Рисунке 12** вкачестве показателя разброса органических строений капиталов подразделений взято отношение стандартного отклонения органических стоимостных строений, делённое на среднее стоимостное строение. В качестиве показателя уровня асимметрии матрицы общественного воспроизводства (**Рисунок 14**) взято относительное отклонение (V1 – C2) : V1 (в стоимостях и ценах производства). Расчёты показывают, что более высоким значениям нормы прибыли соответствуют большие значения дисперсии органических строений и показателя асимметрии матрицы воспроизводства в ценах производства. Поэтому для выявления тенденции влияния числа отраслей на дисперсию органических строений и показатель асимметрии

[25] Соответствующие программы “Mathematica 8.1” названы: *Matrix2n04- Matrix2n024* (см. папку Program-2 в архиве MathArxive). Результаты расчетов собраны в Excel-file на листах ‘MatrixExamplesMathematica”, статистика и графики собраны на листе ‘Statistics’.

необходимо брать лишь результаты расчётов, дающие примерно одинаковые значения для нормы прибыли. При этом тенденция снижения дисперсии органических строений выявляется довольно отчётливо. Имеет место также снижение показателя асимметрии и относительного отклонения стоимости и цены производства выпуска всей продукции ABS[(W' – W) : W].

Рисунок 13. Относительные отклонения стоимости и цены производства выпуска всей продукции (структура-0).

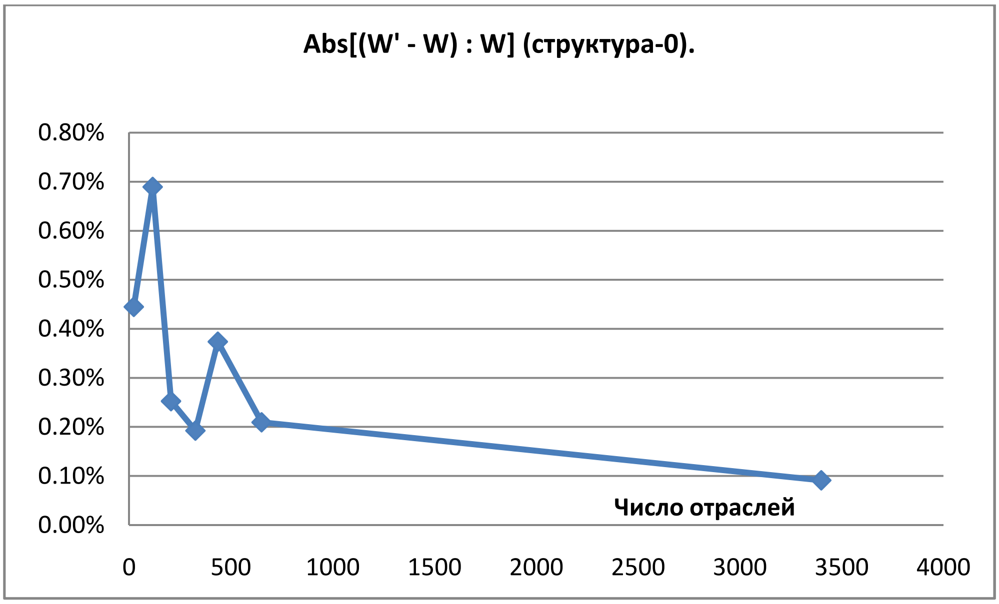
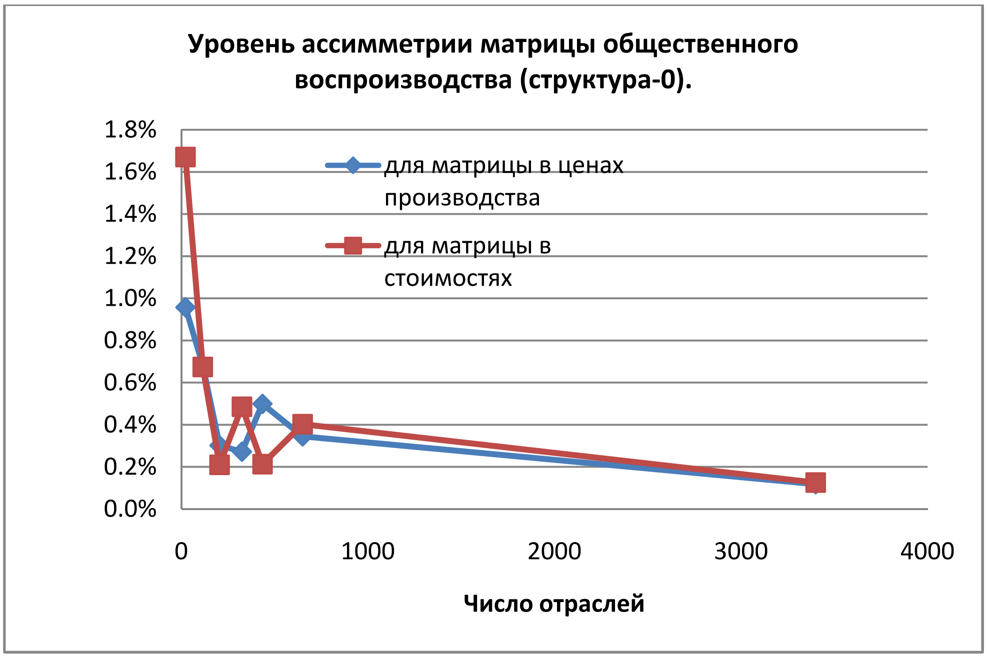


Рисунок 14. Уровень асимметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства и в стоимостях (структура-0).



В качестве числового примера в **Таблицах 18-20** приведены матрицы общественного воспроизводства для 22 и 325 и 3400 отраслей. Сравнивая эти матрицы, видим, что с ростом числа отраслей органические строения выравниваются, а матрица общественного воспроизводства становится симметричной.

Таблица 18. Матрица общественного воспроизводства в ценах производства для структуры-0 (22 отрасли, программа Matrix2n04).

	C'	V'	M'	W'	R	k
I	51213.7	6842.21	1931.64	**59987.55**	0.033272	7.484965
II	6907.7	705.181	253.296	**7866.1770**	0.033272	9.795641
III	1866.14	318.794	72.6973	**2257.6313**	0.033272	5.853749
	59987.5400	**7866.1850**	**2257.6333**	70111.3583	0.033272	7.626002

Таблица 19. Матрица общественного воспроизводства в ценах производства для структуры-0 (325 отраслей, программа Matrix2n04).

	C'	V'	M'	W'	R	k
I	246284.0	58897.6	26386.3	**331567.9**	0.086461	4.181563
II	58737.5	14523.8	6334.25	**79595.55**	0.086461	4.044224
III	26546.5	6174.11	2829.06	**35549.67**	0.086461	4.299648
	331568.0000	**79595.5100**	**35549.6100**	446713.1200	0.086461	4.165662

Таблица 20. Матрица общественного воспроизводства в ценах производства для структуры-0 (3400 отраслей,программа TransformationMATRIXbig10).

	C'	V'	M'	W'	R	k
I	2622380.00	576931.00	294828.00	**3494139.00**	0.092154	4.545
II	576250.00	126932.00	64800.70	**767982.70**	0.092154	4.540
III	295508.00	64120.30	33141.00	**392769.30**	0.092153	4.609
	3494138.00	**767983.30**	**392769.70**	4654891.00	0.092154	4.550

Структура-01 описывает ситуацию произвольного выбора констант равномерного случайного распределения элементов матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$. В этом случае график зависимости стандартного отклонения органических стоимостных строений, делённого на среднее стоимостное строение, не показывает какой-либо заметной тенденции выравнивания органических строений с ростом числа отраслей (**Рисунок 15**).

Из Рисунка 15 видно, что уровень разброса органических стоимостных строений не снижается с ростом числа отраслей, оставаясь примерно на одном и том же уровне 30-40% от средней величины. Это свидетельствует об отсутствии тенденции к выравниванию стоимостных органических строений. Относительное отклонение стоимости и цены производства выпуска всей продукции ABS[(W’ – W) : W] изображено на **Рисунке 16**. Мы видим, что увеличение числа отраслей сначала приводит к понижению графика, а потом к его подъёму. На **Рисунках 17 и 18** приведены графики уровня асимметрии матриц общественного воспроизводства в ценах производства и в стоимостях.

Рисунок 15. Стандартное отклонение органических стоимостных строений, делённое на среднее стоимостное строение (структура-01).

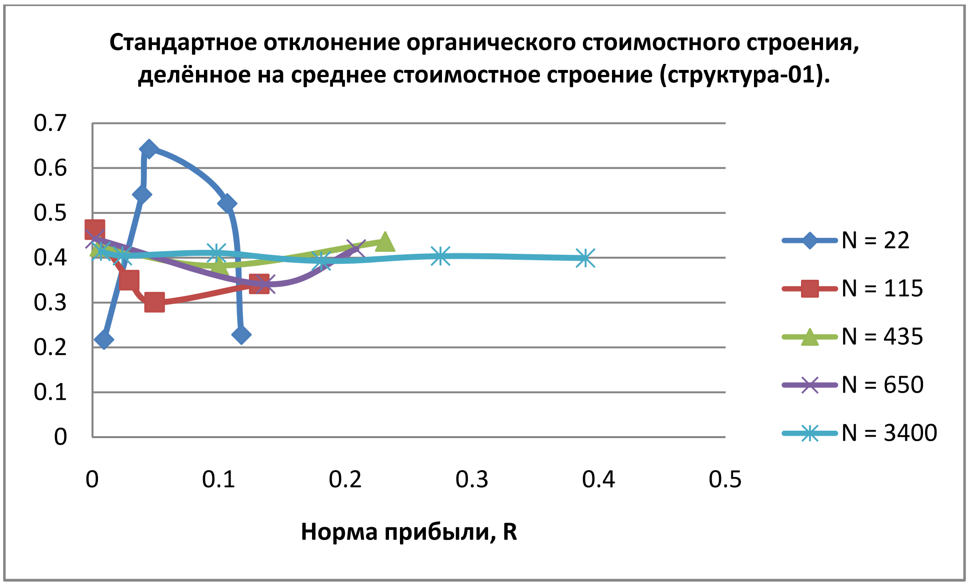


Рисунок 16. Отклонения стоимости и цены производства выпуска всей продукции (структура-01).

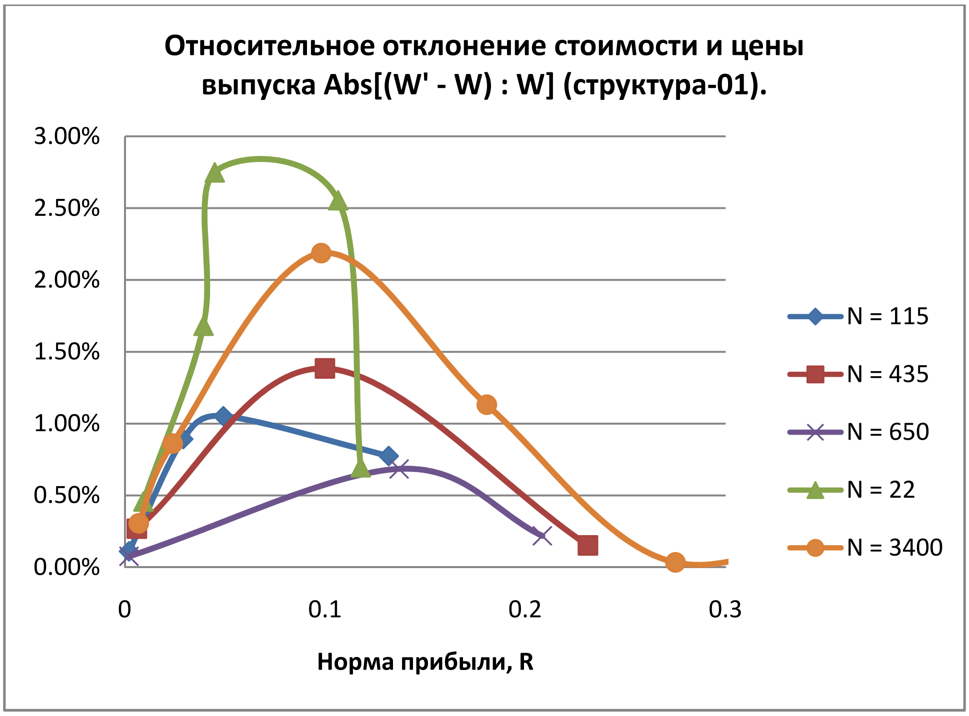


Рисунок 17. Уровень асимметрии матрицы общественного воспроизводства в стоимостях (структура-01).

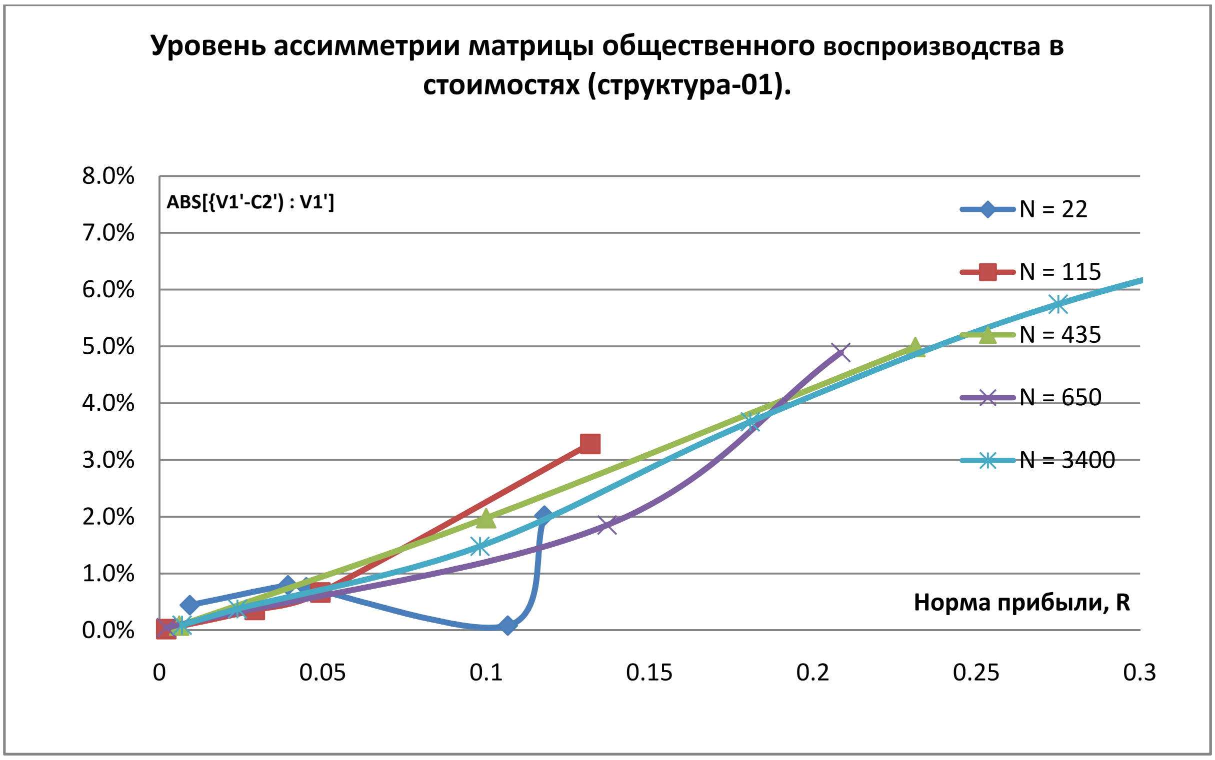
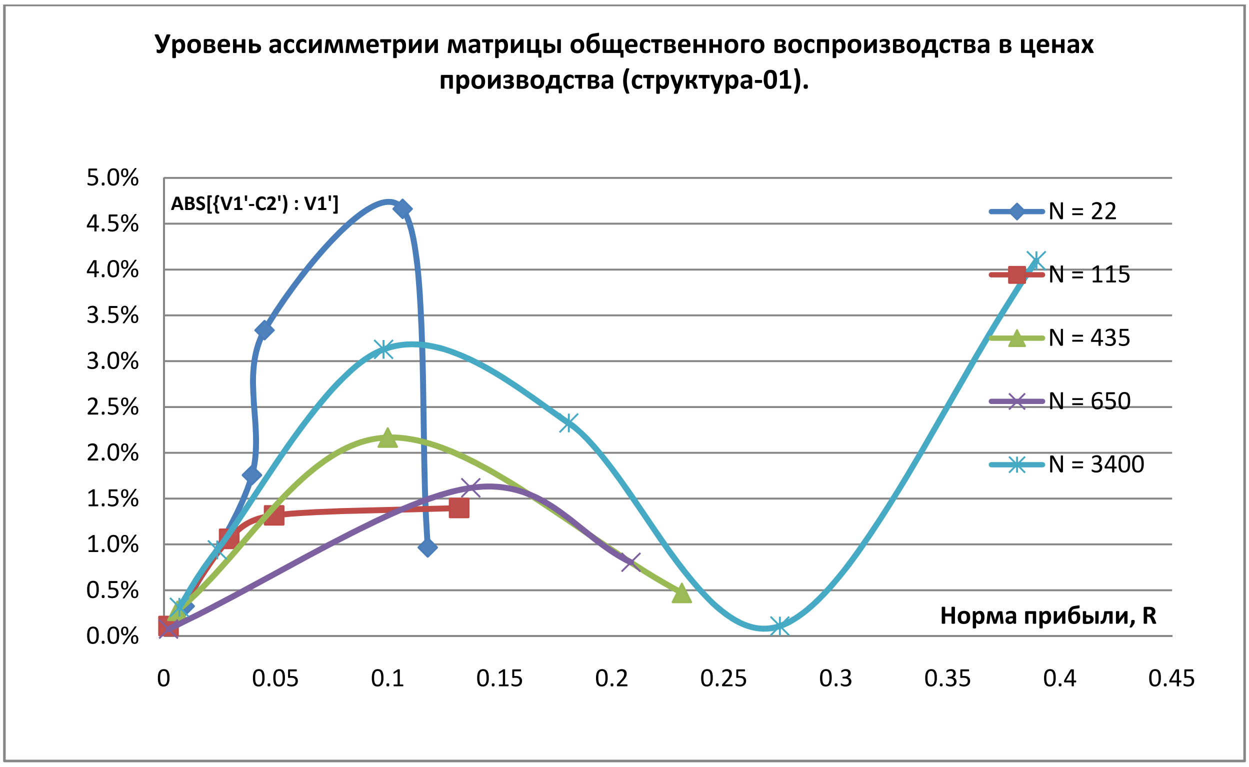


Рисунок 18. Уровень асимметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства (структура-01).



Эти графики показывают, что уровень асимметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства не показывает какой-либо отчётливо выраженный тренд зависимости уровня асимметрии от числа отраслей.

Таким образом, полученные результаты, по-видимому, свидетельствуют о том, что лишь структуры с **одинаковыми** значениями нормирующих констант равномерного распределения элементов матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$ дают с ростом числа отраслей симметричные матрицы общественного воспроизводства (в ценах производства и стоимостях) для модели экономики с тремя подразделениями. В этом случае стоимости и цены производства выпусков подразделений становятся равны, если число отраслей устремить к бесконечности. Об этом свидетельствуют построенные нами графики. Данное предположение, выведенное на основе качественного анализа результатов расчетов, является, конечно, гипотезой, требующей более детальных исследований и статистического анализа. Для структуры-01 (неравные произвольные константы нормировки случайных равномерных распределений элементов матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$) наши графики не показывают какой-либо чёткой зависимости уровня асимметрии матриц общественного воспроизводства в модели трёх подразделений от числа отраслей. Графики уровня асимметрии, как показывают результаты расчётов, зависят не только от числа отраслей, но и от органических строений, которые с уменьшением нормы прибыли растут. Чтобы изучить «чистое» влияние фактора «число отраслей» на уровень асимметрии матрицы общественного воспроизводства в модели трёх подразделений, необходимо менять число отраслей при неизменных (или почти одинаковых) органических строениях.

XII. ПРЕОБЛАДАНИЕ БАРТЕРА В СРЕДНИЕ ВЕКА КАК ВОЗМОЖНАЯ ПРИЧИНА СИММЕТРИИ МАТРИЦЫ ОБЩЕСТВЕННОГО ВОСПРОИЗВОДСТВА В РАННЕЙ РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКЕ.

В главе II этой статьи было доказано, что симметрия матрицы общественного воспроизводства в ценах производства является необходимым и достаточным условием возможности трансформирования стоимостей в цены производства. В этой главе обсудим проблему исторической трансформации: каким образом условие симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства могло выполняться в эпоху возникновения и распространения капитализма в Европе. Если рассматривать проблему первоначальной (исторической) трансформации – переход от обмена по стоимости к обмену по ценам производства по мере развития капитализма – то симметрия матрицы общественного воспроизводства могла быть результатом двух факторов.

ПЕРВЫЙ ФАКТОР - это особенности раннего капитализма, который в основном существовал в виде торгового (или купеческого) капитализма. В силу своей природы, купеческий капитал разных компаний вкладывался в самые разные сферы производства, распределяясь по всем трём подразделениям. Используя наиболее реалистичную Модель-4, в которой кроме труда рабочих учитывается ещё и труд капиталистов по управлению и организации производства, в статье Пушного (2011) доказывается (стр. 47-51), что в силу действия «закона больших чисел», структура общественного воспроизводства, приведённая к форме Модели-1, должна была принимать (в этих экономических условиях) симметричный вид.

ВТОРОЙ ФАКТОР – это преобладание бартерного обмена в торговых операциях того времени (XIV – XVI вв). Нетрудно видеть, что процесс реализации общественного продукта посредством прямых бартерных обменов возможен лишь в том случае, если матрица общественного воспроизводства симметрична. На **Рисунке 21** показан числовой пример движения товарных и денежных потоков, обеспечивающих процесс реализации общественного продукта по ценам производства при 10% норме прибыли (Модель-1). Зелёные стрелки с буквой “Б” показывают прямые бартерные обмены, красные стрелки, помеченные буквой “Д”, показывают движение денег (средств обмена). Обращение внутри каждого из подразделений показано замкнутыми зелёными стрелками. В данном примере, чтобы осуществить процесс реализации с помощью одного оборота денежных средств обмена, необходимо использовать в обращении сумму денег, равную 100 денежным единицам, которыми покрывается разность между симметрично расположенными элементами матрицы общественного производства: 100 = 400 – 300 = 130 – 30 = 160 – 60. Таким образом, нарушение условий симметрии матрицы общественного воспроизводства приводит к необходимости вовлечения в процесс обмена определённой суммы денег как абсолютно необходимого условия процесса реализации общественного продукта. Чем сильнее нарушены условия симметрии матрицы общественного воспроизводства, тем больше величина этих необходимых денежных средств, без которых совершение сделок по реализации общественного продукта становится невозможно.

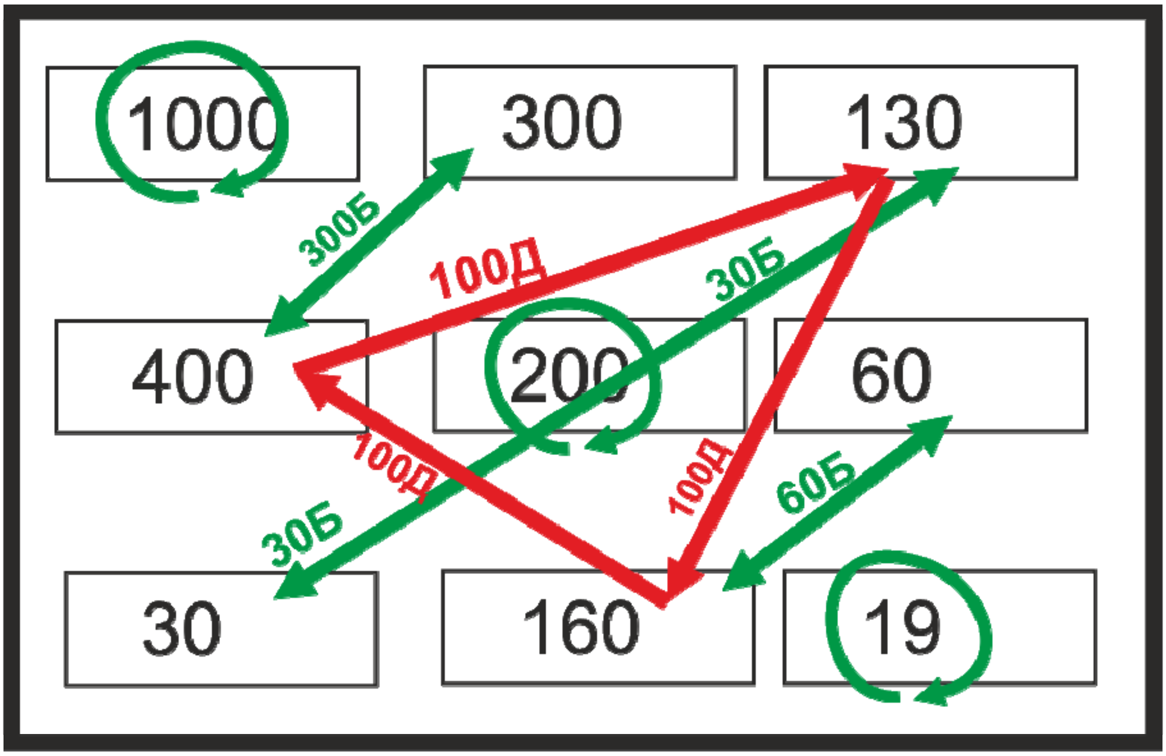
И наоборот, чем больше объём торговых операций, совершаемых посредством бартера, по сравнению с объёмом обменов в форме купли-продажи с использованием денег, тем лучше должны быть выражены свойства симметрии матрицы общественного воспроизводства.

Приведём свидетельства историков, которые подтверждают существенную роль о бартерных операций в средние века.

В средние века существовали две основных причины использования бартера как основной формы обмена: (1) дефицит (нехватка) денег как платёжного средства и средства обмена и (2) недоверие к деньгам, вызванное их многократным и неконтролируемым обесцениванием и фальсификацией в те времена. Иногда, особенно на ранних этапах рыночной экономики, бартер предпочитался в силу особенностей уклада жизни и существовавших в те времена общественных отношений.

Во-первых, всегда был обмен избыточных продуктов на продукты дефицита между почти натуральными хозяйствами (например, поместьями или крестьянскими дворами). Во-вторых, бартер часто выполнял функцию укрепления доверительных или дружеских отношений. Находившиеся по соседству хозяйства (поместья, крестьянские семьи, общины), ведущие почти натуральное хозяйство, чтобы заручиться поддержкой соседей (столь необходимой в те времена для нормального устойчивого хода дел) выказывали расположение друг другу, делая время от времени подарки друг другу или совершая обмены натурой с целью улучшить отношения и приобрести дружеское расположение[26].

Рисунок 19. Числовой пример, иллюстрирующий процесс реализации общественного продукта в Модели-1 при несимметричной матрице общественного воспроизводства.



Роль бартера на раннем этапе развития рыночной экономики была существенна. В средние века деньги были довольно редки, особенно в деревнях, где проживала основная масса населения. На местных рынках сделки совершались большей частью методом прямого обмена (бартера), способом «баш на баш». Возникающие при таком обмене нестыковки в ценности обмениваемых продуктов покрывались либо продуктами, которые можно было дробить на мелкие части и были продуктом повседневного спроса и длительного хранения (например, соль), либо мелкой монетой. **Основная масса сделок совершалась без использования денег, хотя учёт ценности обмениваемых продуктов мог производиться в денежной форме.** Деньги были в

[26] В России даже уже в XIX веке такие обмены ради поддержания хороших отношений были довольно частым явлением. В повести Гоголя «Мёртвые души» помещик Ноздрёв пытается с помощью бартерного обмена (шарманка + мёртвые души на бричку) наладить приятельские отношения с отставным чиновником Чичиковым. В повести Гоголя «Как поссорился Иван Иваныч с Иваном Никифоровичем» неудавшийся торг бартером между этими двумя друзьями приводит к полному расстройству их отношений.

дефиците. Есть множество исторических свидетельств острой нехватки монеты в Средние Века (особенно мелкой разменной монеты, которой преимущественно пользовались крестьяне и ремесленный люд, совершая свои сделки на местных рынках). В средние Века именно бартер был одним из основных способов обмена продуктов.

Приведём ряд свидетельств этого.

"*Barter.* *The earliest medieval method of economic exchange for trader and nontrader alike was barter. The markets for the early trader were largely the feudal village and the manor household. Their internal economy was based on service and duties, not on payments of money. Goods that had to be secured outside the village or manor were few in number, and they could usually be procured in direct exchange for agricultural products. Even trade for some of the most prized items, salt and iron, occurred most widely by barter throughout the Middle Ages. Indeed, without money as the medium of an exchange, serving as a standard of value for whether an item had sold for more than it was purchased, it was perhaps more difficult for a medieval trader to determine whether he had gained in a single transaction (Internet resource: Study & Research Medieval Europe 814-1350: Social Class and Economy)"*
(*Интернет ресурс "Trade: Methods of Exchange").*

Перевод[27]: "Бартер. Самый ранний средневековый метод экономического обмена для торговца и не торговца был бартером. Рынки для раннего торговца были в основном феодальной деревней и домашним хозяйством поместья. Их внутренняя экономика была основана на обслуживании и обязанностях, а не на платежах денег. Товары, которые должны быть обретены извне деревни или поместья, были немногочисленны и могли обычно быть получены путём прямого обмена на сельскохозяйственные продукты. Даже торговля некоторыми дорогими продуктами, солью и железом, чаще всего происходила посредством бартера в течение всего периода Средневековья. На самом же деле, без денег как средства обмена, которое служит мерой стоимости для определения, продан ли продукт дороже, чем, он был куплен, для средневекового торговца было трудно определить, извлек ли он пользу в отдельной сделке".

Frank Fetter (1915), автор выдержавшего множество изданий учебника по экономике, пишет:

"Trade without the use of money or even the form of money-expression, is rarely seen by the city boy to-day. Yet it has played a great part in economic history. In early societies the differing natural products of different localities were the most usual objects of trade… In the Middle Ages, outside the cities, which were very small compared with those of to-day, almost universally a "barter economy" prevailed or, as it has been called, a "natural economy" (a term taken from the German "Naturalien", which means natural products, enjoyable things, as opposed to money). Natural economy, therefore, means that conditions of society in which things are exchanged "in kind". In the Middle Ages land was the chief form of wealth. Even princes were dependent of the products of land for their incomes. The peasants were "paid" (as we think of it) for their work by the grant of the use of land. The income of the landlords was in the form of "Naturalien" (wheat, chickens, eggs, etc., as well as labor)… The use of money has greatly changed these conditions in Europe and America, but barter still used in outlying districts, and in backward countries" (pp. 43-44)

Перевод: "Торговлю без использования денег или даже формы денежного выражения, современный горожанин редко встретит сегодня. Но этот вид обмена играл большую роль в экономической истории. В ранних обществах различные натуральные продукты разных

[27] Ниже мы везде приводим перевод, выражающий смысл текста, при этом иногда немного отступая от буквального (слово в слово) перевода.

окрестностей были самыми обычными объектами торговли… В Средневековье, вблизи городов, которые тогда были совсем небольшими по сравнению с сегодняшними городами, почти повсюду преобладала “бартерная экономика” или, как её ещё называют, “естественная экономика” (термин, взятый от немецкого “Naturalien”, что означает натуральные продукты, приносящие удовлетворение вещи, в противоположность деньгам). Естественная экономика, означает, что условия общества таковы, что вещи обмениваются "натурой". В Средневековье земля была главной формой богатства. Даже принцы зависели продуктов земли, составлявших их доход. Труд крестьян "оплачивался" (как мы сейчас представляем себе это) предоставлением земельного надела. Доход владельцев земли был в форме “Naturalien” (пшеница, цыплята, яйца, и т.д., так же, как труд) … использование денег сильно изменило эти условия в Европе и Америке, но бартер, все еще использовался в отдаленных районах, и в странах, отсталых в экономическом отношении”.

Fayazmanesh, S. (2006), известный специалист в области экономики Средних Веков, приводит множество примеров, указывающих на существенную роль бартерных сделок в период Средневековья (коммерческой революции). Бартер в те времена вовсе не был всего лишь незначительным дополнением к денежной торговле, а возможно даже играл более важную роль, чем денежный обмен в привычном нам смысле.

*“Not only was barter not difficult in the age of commercial revolution, but it was also carried out side by side with monetary exchanges and indeed, in some cases was preferred to monetary transactions… The scholastic notion of the difficulties of barter is contrary to the reality of the medieval market, since not only is barter not difficult in this period, but it is also actually preferred to monetary exchange” (*Fayazmanesh, S. (2006), *p. 28).*

Перевод: “Мало того, что бартер не был трудной операцией в период коммерческой революции, но он существовал бок о бок с денежно-кредитными обменами и действительно, в некоторых случаях был предпочтительнее денежно-кредитным сделкам …, схоластическое понятие трудностей осуществления бартера противоречит действительности средневекового рынка, так как не только бартер не являлся трудным обменом в этот период, но фактически он предпочитался денежно-кредитному обмену”.

Историк-математик **Randy K. Schwartz (2012),** цитируемая ниже статья которого посвящена анализу бартерного обмена в книге Фибоначчи «Liber Abbaci», правильно отмечает, что сам факт того, что целая глава этой великой книги посвящена описанию «математики бартерного обмена», свидетельствует о том, что в то время[28] бартер был широко применяемым методом обмена.

“Barter was still common in Europe in the late Middle Ages; one reason is that prior to the European encounter with New World in 1492, precious metals (and therefore coins) were relatively scarce. The whole ninth chapter of Fibonacci’s Liber Abbaci was devoted to “barter of merchandise and similar thing. At the same time, barter was beginning to exist with systems of money that were becoming more common. A sign that barter had entered a new stage was that many barter transactions were being carried out on the basis of rendering the goods’ values in a common monetary units: this many coins worth of wheat, that many coins worth of oats, etc. A barter was often recorded as such in a register or account book, as if actual coins had been exchanged, when in fact no coins at all were involved”.

Перевод: *“Бартер все еще был распространен в Европе в позднем Средневековье; одна из причин состоит в том, что до контакта Европы с Новым Миром в 1492, драгоценные металлы*

[28] Годы жизни Фибоначчи 1170-1250 гг.

(и поэтому монеты) были относительно редки. Целая девятая глава «Liber Abbaci» Фибоначчи была посвящена "бартеру товаров и подобных вещей. В то же самое время бартер начинал сосуществовать с системами денежного обмена, которые всё больше распространялись. Признаком ситуации, что бартер вошел в новую стадию, было то, что ***много бартерных сделок выполнялось на основе оценки товаров в общих денежных единицах****: это множество монет представляет ценность пшеницы, другое множество монет представляет ценность овса, и т.д.* ***Именно бартер как таковой часто регистрировался в регистре или бухгалтерской книге, как будто это фактические монеты были обменены, тогда как фактически никакие монеты вообще не были вовлечены в обмен****".*

Дефицит мелкой монеты в Средние Века отмечает большинство историков того периода. Власть пыталась решать проблему дефицита разменных денег, снижая металлическое содержание монеты и тем самым подрывая у населения доверие к стабильности денежной единицы. Кроме того, дефицит мелких денег породил целую волну фальсификаций и подделок, что также подрывало доверие к деньгам. **Оба эти обстоятельства - дефицит денег и недоверие к ним как знакам стоимости - стимулировало обменные операции бартером.** Бартер, бывший традиционной формой обмена в течение длительного времени, воспринимался как более надёжная операция, чем обмен с помощью монет, которых постоянно не было в достатке, и ценность которых всегда была проблематична.

Spufford P. (1988), специалист по экономической истории средневековья, пишет:
"…a general lack of black money began to develop throughout Europe, which particularly afflicted ordinary people and impeded the ordinary dealings of everyday life….
Another symptom was the attempt to profit from the lack of official black money by minor lords. Black money with extremely little silver content, or none at all, was struck by the Lords of Rummen and Kinrooi, and by other similar minor rulers of the eastern Netherlands. They were taking profitable advantage of the inability of the mints of the great principalities to cope legitimately with the growing lack of black money. Similarily imitations with little or no silver content were widely made of the black Venetian quattrini struck for use on her mainland territories in 1453…. This lack of black money throughout Europe reached crisis proportions during the seven worst years of the bullion-famine, from 1457 to 1464. (p. 361)

Consequence of the disappearance and reappearance of money was the growth and decline of barter in trade… Barter had never entirely disappeared, but its revival in place of payment in money was very natural in circumstances like the arrival of the galley of Jacques Coeur in Valencia. Mme Thielemans has observed it in the commerce between England and Burgundy. After nearly twenty years of increase in the money supply, barter still remained important, even in quite large-scale commerce. In 1480-1, a merchant from Bristol in England, in the course of trading-journey to Portugal,… had exchanged 22 whole cloths directly against 32 tuns, 1 pipe and 1 hogshead of wine and 5 cwt of oranges, and only sold 19 whole cloths for money, with part of which he proceeded to purchase more wine. As late as 1498, a merchant from Paris trading at Rouen in Normandy had accepted leather and two sorts of cloths from England in part exchange for 53 puncheons of Auxerre wine, and only the balance was paid him in silver. (p. 376).

Перевод*: "… общая нехватка грязных денег (мелких разменных денег) начала развиваться всюду по Европе, - нехватка, которая особенно сильно ударила по простому люду, препятствуя обычным деловым отношениям их повседневной жизни ….*

Другой признак (нехватки мелкой монеты) состоял в попытках мелких лордов делать прибыль на нехватке официальных грязных денег. Грязные деньги с чрезвычайно маленьким *содержанием серебра или вовсе без содержания серебра, отбивались (чеканились) лордами Rummen и Kinrooi, и другими подобными незначительными правителями восточных Нидерландов. Они использовали как выгодное преимущество неспособность монетных дворов больших княжеств справиться законными мерами с растущей нехваткой грязных денег. Были широко распространены имитации монет с минимальным содержанием серебра, сделанные из черного венецианского quattrini. Эта нехватка грязных денег всюду по Европе достигла кризисных пропорций в течение семи худших лет острого недостатка слитков с 1457 до 1464».*

«Последствием сокращения и расширения количества денег был (синхронный с этими колебаниями) рост и снижение бартера в торговле … Бартер полностью никогда не исчезал, но его возрождение вместо оплаты в деньгах было очень естественным при обстоятельствах, подобных прибытию гранки Жака Кера в Валенсию. Мадам Тилемэнс наблюдала его (бартер) в торговле между Англией и Бургундией. После почти двадцати лет увеличения денежной массы бартер все еще оставался важным для даже довольно крупномасштабной торговли. В 1480-1, торговец из Бристоля в Англии, в ходе торговой поездки в Португалию… обменял 22 куска ткани непосредственно на 32 бочки, 1 трубку и 1 большой бочонок вина и 500 фунтов апельсинов, и только 19 кусков тканей за деньги, часть которых он потратил, чтобы купить больше вина. И даже в 1498 торговец из Парижа, торгующий в Руане в Нормандии, частично обменял кожу и два вида тканей из Англии в обмен на 53 бочек вина Осера, и только баланс оплатил в серебре".

Купцы (на дальние и близкие дистанции) часто прибегали к бартеру, как более надёжному способу иметь после обмена что-то реально ценное вместо денег, ценность которых могла оказаться фальшивой.

Hunt, E.S. and Murray, J.M. (1999) в своей книге по истории бизнеса в средневековой Европе пишут:

"In fact… most trade with the East was essentially an exchange in "barter". But the term "barter", which is the direct exchange of goods for goods, is inadequate to describe this kind of commerce. The kind of business conducted in the Mediterranean is much better defined as "countertrade", in which exchange is indirect, the money value of goods is understood, and markets exist. In countertrade, the parties are prepared to engage in a series of exchanges, each one of which may or may not be profitable, as long as the venture as a whole is successful… In the medieval version, each venture involved a series of exchanges that included cash transactions, direct trades, and indirect trades". (p.59)

Перевод: "Фактически … большая часть торговли с Востоком был по существу обменом в "бартере". Но термин "бартер", который является прямым обменом товаров на товары, недостаточен, чтобы (вполне) описать этот (специфический) вид торговли. Вид бизнеса в Средиземноморье гораздо лучше определять как "встречная торговля", в которой обмен косвенный, денежная стоимость товаров известна, и существуют рынки. Во встречной торговле стороны готовы участвовать в ряде обменов, каждый из которых может быть или может не быть выгодным до тех пор пока предприятие в целом - успешно … В средневековой версии, каждое предприятие порождало ряд обменов, которые включали наличные сделки, прямые и косвенные обмены".

Dogan, I.B. and Michailidou, A. (2008) подчёркивают существенную роль, которую играл бартер в турецкой экономике средневековья.

"I wish to emphasize the role of reciprocal exchange (e.g.barter) as an instrument of trade, something that is often underestimated.(p.20)

Evadik, a village near Ankara, is a rare example, which illustrates the conservatism of the rural economy and how heavily it is based on local exchanges, rather than on market transactions. Like many other places in Anatolia, although Evedik is set in a monetary economy, the villagers find barter more profitable than buying and selling, and it is widely used because it does not involve commission for middlemen or any transport costs. Barter also enhances the cohesiveness of social relations, in cases where people are deeply in need of such relations". (p. 26).

Перевод: *"Я хочу подчеркнуть роль взаимного обмена (то есть бартера) как инструмента торговли, который часто недооценивается.*
Evadik, деревня около Анкары, является редким примером, который иллюстрирует консерватизм экономики сельского хозяйства и то, как в большой степени этот консерватизм основан на местных обменах, а не на рыночных сделках. Подобно многим другим местам в Анатолии, хотя деревня Evedik опиралась на монетарную экономику, ***сельские жители считали бартер более выгодным, чем покупку и продажу, и это широко использовалось, потому что это (бартерный обмен) не был сопряжён с комиссионными отчислениями для посредников или с какими-либо транспортными расходами.*** *Бартер также повышал слаженность (согласованность) общественных отношений в (обычной для тех времён) ситуации (совместного быта), при которой люди глубоко нуждаются в подобного рода отношениях".*

Весь период средневековья бартер поддерживался традицией - всем опытом прямых обменных сделок, который существовал с незапамятных времён. Бартер поддерживался традицией и многовековой привычкой получать в результате обмена нечто реальное, «простой продукт»[29]. Большую роль привычек и традиций в экономической истории подчёркивал французский историк **Фернан Бродель**:

"Я полагаю, что человечество более чем наполовину погружено в… повседневность. Неисчислимые действия, передававшиеся по наследству, накапливающиеся без всякого порядка, повторяющиеся до бесконечности…. Помогают нам жить – и одновременно подчиняют нас, многое решая за нас в течение нашего существования. Здесь мы имеем дело с побуждениями, импульсами, стереотипами, приёмами и способами действия, а также различными типами обязательств, вынуждающих действовать, которые порой, причём чаще, чем это можно предполагать, восходят к самым незапамятным временам" (Ф. Бродель, «Динамика капитализма», стр. 13).

Переход к денежному обмену тормозился консерватизмом средневекового быта, привычками, отсутствием достаточного количества денег (особенно мелкой монеты) и нестабильностью их металлического содержания.

---

[29] В «Евгении Онегине» Пушкина читаем строки, говорящие о значении бартера для хозяйственного быта XIX века:
«И был глубокой эконом,
То есть умел судить о том,
Как государство богатеет,
И чем живет, и почему
Не нужно золота ему,
Когда простой продукт имеет».

Rolnick, A.J.; Velde, F.R., and Weber, W.E. (1996), историки, изучавшие проблему порчи монеты в Средние Века, приводят следующие факты, иллюстрирующие масштаб порчи монеты в тот период:

"When Henry VIII ascended to the throne of England in 1509, £1 contained slightly less than 6.4 Troy ounces of pure silver. Starting in 1542 , he began a series of debasements – reductions of the metal content of the currency. These lasted until 1551 and became known as the Great Debasement…. By the time Henry and his son, Edward VI, stopped altering the coinage, £1 contained less than one ounce of silver…
Between 1290 and 1450, France experienced several episodes of large debasements of its coinage… Other countries such as Spain, the Low Countries, Italy also underwent such episodes" (pp. 1-2).

In France, the silver currency went through 123 debasements between 1285 and 1490… Of these, 112 reduced the silver content of the currency by more than 5%. The single largest debasement reduced it by 50%. Gold coinage changed comparatively less in the same period: there were a mere 64 debasements, of which 48 were by more than 5%" (p. 7).

Перевод: *«Когда Генрих VIII взошёл на трон Англии в 1509, 1£ содержал немного меньше чем 6.4 унций чистого серебра. С 1542 он начал серию снижений качества – сокращения содержания металла в валюте. Они продлились до 1551 и стали известными как Большое Обесценивание …. К тому времени, когда Генрих и его сын, Эдвард VI, прекратили менять чеканку (металлическое содержание отчеканенной монеты), 1£ содержал меньше чем одну унцию серебра …*
Между 1290 и 1450, Франция испытала несколько эпизодов больших снижений качества отчеканенной монеты … В других странах, таких как Испания, Нижние Страны (Европы), Италия также были аналогичные случаи (снижения качества монеты)" (стр 1-2).
Во Франции серебряная валюта прошла 123 снижения качества между 1285 и 1490 … Из них в 112 случаях содержание серебра в валюте уменьшалось более, чем на 5%. Самое большое снижение качества уменьшило содержание серебра на 50%. Золотая чеканка менялась сравнительно меньше в тот же самый период: было 64 случая снижения качества, из которых 48 были более чем на 5%" (p. 7).

Volkart, O. (2008), исследователь из лондонской школы экономики, рассмотрев проблему контроля за содержанием металла в золотой и серебряной монете того времени, приходит к выводу, что надёжный контроль за металлическим содержанием денег был практически невозможен для подавляющего большинства населения. Лишь немногие состоятельные люди, пользовавшиеся в основном золотыми монетами, могли контролировать этот процесс.

"specialists such as goldsmiths, professional money changers, long-distance merchants and political authorities who organized assays – was a small minority, whereas the vast majority of the population – people most of whom were illiterate and probably did not handle money on a day-to-day basis – faced prohibitive costs when trying to obtain information about the fine gold or fine silver content of the coinage. As coins circulating at that time were not marked with their face values, and as even those belonging to the same currency and having the same face value were not exactly identical, members of this second group tended to value all monetary units at 1:1 that looked superficially similar and had roughly the same weight. It was they who used money by tale. (p. 23)
In late medieval Europe… both (gold and silver money) circulated side by side (usually at flexible rates), but fulfilled different functions and were demanded by different (though partly overlapping) groups of consumers. Gold was predominantly used by consumers of the first group… that is by long-distance merchants, goldsmiths or money changers who werewell informed about the intrinsic value of the coins they handled. Silver, on the other hand, dominated small-scale exchange and local market" (pp. 23-24).

Перевод: *«…**специалисты, такие как ювелиры, профессиональные денежные менялы, купцы, путешествующие на большие расстояния, и политические власти, которые умели проверять (качество монеты) – были малочисленным меньшинством,** тогда как подавляющее большинство населения, состоявшее из людей, большинство которых было неграмотным и, вероятно, не ежедневно имевшее дело с деньгами– сталкивалось с затратами, которые препятствовали получению информации о чистоте золотого или серебряного содержания монеты. Поскольку монеты, циркулировавшие тогда, не были маркированы в соответствии с их номинальной стоимостью (монеты одного и того же наименования, но разной чеканки могли содержать разное количество благородного металла), и поскольку даже те монеты, которые принадлежали одной той же самой валюте и одной и той же самой номинальной стоимости, были не вполне идентичны, члены этой второй группы населения были склонны оценивать, как 1:1 (один к одному) все денежные единицы, выглядевшие при этом одинаково и имевшие равный вес. (стр. 23)…*
В поздней средневековой Европе… обе (валюты – серебряная и золотая) циркулировали рядом (обычно при гибких ставках), но выполнили различные функции и были востребованы различными (хотя частично перекрывающимися) группами потребителей. Использование золотой монеты преобладало у потребителей первой группы,… а именно - у купцов, путешествующих на дальние расстояния, ювелиров или денежных менял, кто был в курсе действительной стоимости монет, находящихся в обращении. Серебро, с другой стороны, доминировало над небольшими обменными и местными рынкам"(стр 23-24)

Эти «небольшие обменные и местные рынки» осуществляли основную часть текущих обменных операций, от которых в первую очередь зависел ход дел во всей экономике. Операции обмена на этих рынках могли происходить и, скорее всего, действительно происходили преимущественно на бартерной или почти бартерной основе, вследствие постоянного дефицита мелких денег и вызванного фальсификациями и подделками недоверчивого отношения населения к мелкой монете.

Историки денежной экономики средних веков **Sargent and Velde (1999)** приводят множество фактов порчи монеты в разных странах средневековой Европы:

Monetary historians (Spufford 1988, 361–2, Carothers 1930, Van derWee 1969, Munro 1988, Cipolla 1956), describe shortages of small coins (petty coinage, black money) in Medieval and Early Modern Europe. In the 15th century in the Burgundian Netherlands, "continual demand for small change, the lack of which was frequent topic of popular complaint....There was a considerable lack of official small change from time to time,…. The government,… attempted to remedy this deficiency by writing into the monetary ordinances stipulated proportions of bullion to be used in the minting of different denominations…." (Spufford 1970, 51, 44).
In France, from 1373 to 1397, royal ordinances repeatedly cite lack of small change, and orders were regularly issued to various mints specifying quantities to be minted. Such orders appeared again in 1458 and 1461, when small change was minted with express instructions to subsidize its cost out of other seigniorage revenue, and recurrently again after 1488 (1488 to 1493, 1498 to 1501, 1508 to 1513, 1520 to 1522, etc).
In Spain, which consisted of separate kingdoms until the late 15th century, there were often shortages of small coins. In Aragon, complaints were voiced from the 1370s. In 1497, to remedy "the great dearth of fractional money in the kingdom," a commission was formed and as a result new billon pennies were minted that were 21% lighter than silver coins (Hamilton 1936, 87–90)….

In Navarre, a "great scarcity" of fractional money was noted in 1380 and prompted an issue of billon pennies 18% light. Similar complaints arose in 1430 and in 1481. In 1487 the kingdom was said to "suffer great injury on account of the complete lack of fractional money" (Hamilton 1936, 126–34). In the 1530s, during a scarcity of vell on coinage in Castile, tarjas (coins from nearby Navarre) circulated at 1/3 above their intrinsic content. The Cortes of Castile asked the king for issues of vell on in 1518, 1528, 1542, 1551, 1558, 1559, 1583–85 (Hamilton 1934)…
In medieval England, … in the late 14th and early 15th c., pressure was put on the mint to make more small coins…
In the late 16th century, … scarcity of small change led to private issues of substitutes in lead, brass, copper, or paper. In London alone it was estimated that 3,000 trades people issued tokens in the amount of £5 each" (pp. 89-91).

Перевод: *«Историки денежного кредита (Spufford 1988, 361–2, Carothers 1930, Van derWee 1969, Манро 1988, Cipolla 1956), описывают нехватку разменных монет (монеты мелкой чеканки, грязные деньги) в Средневековой и Ранней Современной Европе. В XV-ом столетии в бургундских Нидерландах наблюдается, "непрерывный спрос на мелочь, нехватка которой была частой темой популярных жалоб.... Время от времени была значительная нехватка официальной мелкой монеты,…. Правительство… пыталось восполнить этот дефицит, сочиняя денежно-кредитные постановления, устанавливающие пропорцию слитка (металла), который будет использован в чеканке различных наименований …. " (Spufford 1970, 51, 44).*
Во Франции, с 1373 до 1397, королевские постановления неоднократно фиксируют нехватку мелочи, и регулярно составляются заказы (со стороны правительства), адресованные различным монетным дворам, и определяющие количество монеты, которое следует отчеканить. Такие заказы были также в 1458 и 1461, когда мелочь чеканилась со специальными инструкциями субсидировать ее стоимость из другого дохода пошлины за право чеканки монет, и эти заказы возобновились снова после 1488 (1488 - 1493, 1498 - 1501, 1508 - 1513, 1520 - 1522, и т.д.).
В Испании, которая состояла из отдельных королевств до конца XV-ого столетия, часто была нехватка разменных монет. В Арагоне жалобы на это раздавались, начиная с 1370-ых. В 1497, чтобы исправить "большой недостаток мелких денег в королевстве," была сформирована комиссия и в результате стали чеканиться новые пенсы из низкопробного золота / серебра, которые были на 21% легче, чем серебряные монеты (Гамильтон 1936, 87–90)….
В Наварре "большой дефицит" разменных (дробных) денег был отмечен в 1380 и вызвал выпуск миллиарда пенсов с чистотой металлического содержания в 18%. Подобные жалобы (на нехватку разменной монеты) возникли в 1430 и в 1481. В 1487 королевство, как говорили, "получило большое повреждение (в своей репутации), вследствие полного отсутствия разменных денег" (Гамильтон 1936, 126–34). В 1530-ых, во время дефицита vell (мелкой монеты) на чеканке в Кастилии, tarjas (монеты из соседней Наварры) циркулировали с курсом в 1/3 выше их внутреннего металлического содержания. Кортес Кастилии обращался с просьбой к королю о выпуске монет vell в 1518, 1528, 1542, 1551, 1558, 1559, 1583–85 (Гамильтон 1934)…
В средневековой Англии… в конце XIV-ого и начале XV-ого столетия оказывалось давление на монетный двор, чтобы сделать больше разменных монет….
В конце XVI-ого столетия, … дефицит мелочи привел к появлению их заменителей в свинце, меди или бумаге. В одном только Лондоне 3,000 торговцев выпустили заменители на сумму 5£ каждый" (стр 89-91).

О дефиците монеты свидетельствуют запретительные законы, издаваемые королевской властью, на вывоз денег и слитков из страны. Историк **Munro (2012)** пишет:

“In late medieval Europe, …most princely governments …imposed bans on any trade in or on the export of ‘bullion’ and on the circulation of most foreign coins (usually excluding Italian gold florins and ducats)…. Most west European states did permit the export of legal tender coins (domestic and foreign), with the significant exception of England, whose Parliament banned the export of all forms of precious metals (gold and silver, bullion and coin) from January 1364 to May 1663….”(p.2).

Перевод: *«В позднесредневековой Европе... большинство королевских правительств … накладывало запреты на любую торговлю на экспорт 'слитками' (драгоценных металлов) и на обращение большинства иностранных монет (обычно, исключая итальянские золотые флорины и дукаты)…. Большинство западноевропейских государств запрещало экспорт (внутренних и внешних) монет, разрешённых для выполнения торговых операций… , за исключением Англии, Парламент которой запретил экспорт (вообще) всех форм драгоценных металлов (золота и серебра, слитков и монеты) с января 1364 до мая 1663 ….»*

Другим фактом, указывающим на хронический дефицит денег в средневековой Европе, является аномально высокая норма процента за предоставление денег взаём.

Приведём факты о ростовщичестве в средние века, взятые из источников, которые цитирует **Маркс** в третьем томе «Капитала»:

«Мне говорят, что теперь ежегодно на Лейпцигской ярмарке взимают 10 гульденов, что составляет 30 на сто; некоторые прибавляют ещё сюда Наумбургскую ярмарку, так что получается 40 на сто; взимают ли где-нибудь ещё больше этого, я не знаю. Позор, к чему же, чёрт возьми, это, в конце концов, приведёт!.. Кто имеет теперь в Лейпциге 100 флоринов, тот ежегодно получает 40, — это значит сожрать в один год крестьянина или горожанина. Если он имеет 1 000 флоринов, то получает ежегодно 400, — это значит сожрать в один год рыцаря или богатого дворянина. Если он имеет 10 000, то он ежегодно получает 4 000, — это значит сожрать в один год богатого графа. Если он имеет 100 000, как это и должно быть у крупных купцов, то он ежегодно получает 40 000, — это значит сожрать в один год крупного богатого князя. Если он имеет 1 000 000, то он ежегодно взимает 400 000, — это значит сожрать в один год крупного короля. И не грозит ему за это никакая опасность, ни жизни его, ни добру. Он не выполняет никакой работы, сидит себе за печкой и печёт яблоки. И этот разбойник в кресле, сидя у себя дома, может в 10 лет сожрать целый мир». («An die Pfarrherrn wider den Wucher zu predigen», 1540. In: Der sechste Theil der Bücher des ehrnwirdigen Herrn Doctoris Martini Lutheri. Wittemberg, 1589 [S. 312].) (стр. 666-667).

«В средние века ни в одной стране не было общей процентной ставки. Церковь воспрещала вообще всякие сделки, приносящие процент. Законы и суды лишь в незначительной мере обеспечивали возврат долгов. Тем выше была процентная ставка в отдельных случаях. Ничтожное денежное обращение, необходимость производить бóльшую часть платежей наличными деньгами вынуждали обращаться к денежным займам, и притом тем больше, чем слабее было развито вексельное дело. Имели место большие различия как в размере процента, так и в самом понимании ростовщичества. Во времена Карла Великого считалось ростовщичеством, если кто-либо взимал 100%. В Линдау на Боденском озере местные граждане взимали в 1344 г. $216^{2}/_{3}$%. В Цюрихе Совет определил как законный процент $43^{1}/_{3}$%. В Италии приходилось временами платить 40%, хотя в XII–XIV столетиях обычная ставка не превышала 20%. Верона установила 12½% как законный процент. Император Фридрих II

установил 10%, но только для евреев; о христианах он не хотел говорить. В Рейнской Германии 10% были обычной ставкой уже в XIII веке» (Hüllmann. «Städtewesen des Mittelalters». Zweiter Theil, Bonn, 1827, S. 55–57). (стр. 653).

Историк средневековья **Пасынков Александр Сергеевич (2005)** приводит такие примеры:
"Торговцы одиннадцатого столетия стали достаточно богатыми, из их среды вышли новые банкиры, способные предоставлять ссуды королю. Экономическая мощь Венеции продолжила расширяться, и начали появляться более сложные финансовые сделки типа страхования . Но интересно то, что записи и отчеты об операциях того периода практически не сохранились, в отличии от древневавилонских записей на глиняных табличках. Самые ранние записи относятся только к двенадцатому столетию. Из свидетельства мы находим, что нормы процента были довольно высоки в бедных государствах, как Англия, и значительно ниже в главных торговых государствах. В Англии ставка составлял 43 % в год или намного выше, если речь шла о долгосрочных ссудах. При слабом залоговом обеспечении ссуду оплачивали под 80-120 % в год.

Тринадцатое столетие было временем ускоренного экономического развития. Монгольское Завоевание Азии сыграло окончательную роль в разрушении Арабской империи. Это привело к открытию путей для торговли с Китаем Марко Поло. Возросла роль Генуи в торговле, что привело к конкуренции с Венецией, а Флоренция становится сильным международным банковским центром. Но даже в Тринадцатом столетии кредит торговцам и владельцам земли рассматривался, как менее рискованный, чем кредит европейским монархиям. Так Императору Фредерику II ссуды были предоставлены под 30-40 %. Вновь были установлены законодательные ограничения на величину ссудного процента. В испанской Модене максимальная ставка была установлена в 20 %, в то время как в Милане и Генуе максимальная ставка была 15 %, В Вероне - 12.5 %, в на Сицилии -10 %. Максимальная ставка в Англии, однако, осталась в 43 % 1/3. В Германии, возможно, был самый высокий в этот период процент - 173 %....
Характерные черты ростовщического кредита при феодализме - высокая процентная ставка и большая пестрота ее уровня. Например, в различных городах Германии разрешалось взимать от 21 до 43%. Во многих случаях ставки достигали 100-200% и более: так, в Линдау в 1348 г. ростовщики взимали по ссудам свыше 216% годовых. Причиной высокого процента по ростовщическим ссудам являлся большой спрос на кредит со стороны нуждавшихся в деньгах мелких производителей, а также феодальной знати при ограниченном - в условиях натурального хозяйства - предложении денег в ссуду".

Подведём итог. Перечисленные выше факты указывают на то, что переход от традиционного бартера к денежному обмену тормозился, вследствие острого дефицита денег и недоверия к ним, вследствие распространённой практики фальсификации монеты, в течение всего периода средневековья. Как следствие, значительная (если не основная) часть необходимых обменов вынужденно совершалась посредством бартера, прямого обмена одних товаров на другие. При этом контроль за сделками мог осуществляться в денежной форме, тогда как сами сделки при этом осуществлялись в основном методом прямого обмена товаров. Деньги были редки, в дефиците, денег не хватало. Осмотрительность и традиции, известный консерватизм в основном крестьянского населения стимулировал именно бартерные обмены в течение всего периода средневековья.

Одной из причин экспедиций, названных позже «эпохой великих географических открытий», была именно жажда денег, поиск новых месторождений серебра и золота – денежных металлов, в которых был постоянный дефицит, тормозивший переход торговли от бартера к денежному обмену. Бартерный обмен продолжался в течение всего периода средневековья, сосуществуя с денежной торговлей, переплетаясь с ней. Одни и те же сделки могли осуществляться частично бартером, частично деньгами. Хотя в большинстве случаев учёт вёлся в денежной форме, сам обмен часто, по сути, был бартерным обменом, а деньгами часто лишь погашалась разница между стоимостью купленного и проданного товаров.

Humphrey and Hugh-Jones (1992), использовавшие данные антропологии для исследования экономики, делают вывод:
"Although we see barter as separate from other types of exchange – gift exchange, credit, formalized trade and monetized commodity exchange – there are not always hard and fast boundaries between them: barter in one or another of its varied forms coexists with these other forms of exchange, is often linked in sequence with them and shares some of their characteristics" (p.2).

Перевод: *"Хотя мы рассматриваем бартер как особый вид обмена, отличающийся от других видов обмена – обмена подарками, кредита, обычной (денежной) торговли и превращенной в деньги товарной биржи – не всегда существуют надежные границы между этими видами обмена: бартер в той или иной из его различных форм сосуществует с этими другими формами обмена, часто связан с ними в единую торговую цепь и разделяет некоторые их особенности".*

Вплоть до «великих географических открытий» бартер не просто был широко распространён, но и оказывал доминирующее воздействие в процессе реализации общественного продукта средневековой экономики. Французский историк **Фернан Бродель** пишет о широком распространении отношений натурального (прямого) обмена (бартера) даже в XVI веке:

«В XVI веке… внутренняя торговля Португалии по своему объёму и в предполагаемом стоимостном выражении намного превосходит торговлю перцем, пряностями и редкими снадобъями. Но эта обширная внутренняя торговля зачастую ориентирована на натуральный обмен и потребительную стоимость. Торговля же пряностями находится в русле монетарной экономики. Этой торговлей занимаются лишь крупные негоцианты… Те же соображения… справедливы и для Англии времён Д. Дефо» (Ф. Бродель «Динамика капитализма», стр. 60).

Бартер существовал в течение всего периода средневековья, и именно бартер оказывал главное определяющее воздействие на структуру матрицы общественного воспроизводства в этом периоде. Цены в то время часто были лишь счётным (выраженным в деньгах) выражением бартерных пропорций обмена одних товаров на другие. Предположим, что до развития капитализма обмен происходил по ценам, пропорциональным стоимостям, но если он в основном осуществлялся бартером, то стоимостная матрица докапиталистической экономики должна была быть симметрична (или почти симметрична). Учитывая перечисленные выше особенности раннего капитализма (торговый капитализм и роль бартера), можно предположить, что в этих условиях переход к ценам производства происходил без какого-либо сильно выраженного трансформирования цен, так как и до, и после трансформирования матрица общественного воспроизводства должна была быть симметричной, что возможно лишь в случае, когда цены обмена по стоимости совпадают с ценами производства[30]. Таким образом, по-видимому, никакой «исторической трансформации» как явления кардинальной ломки цен, связанной с переходом к капиталистическим отношениям, в тот период не было.

[30] Этот случай в статье Пушного (2011) представлен Таблицей 3 (стр. 15).

XIII. КРИЗИС КАК ВЕРОЯТНЫЙ МЕХАНИЗМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ УСЛОВИЯ СИММЕТРИИ МАТРИЦЫ ОБЩЕСТВЕННОГО ВОСПРОИЗВОДСТВА В ЦЕНАХ ПРОИЗВОДСТВА.

В главе 20 второго тома «Капитала» Маркс использует для демонстрации общих законов общественного воспроизводства в капиталистической экономике числовой пример, в котором выполняются нетривиальные условия баланса[31]. Нетривиальные условия баланса приводят к симметричной матрице общественного воспроизводства в ценах производства в Модели-1. Причины, по которым выполняются условия нетривиального баланса, Маркс не раскрывает, хотя у него и встречаются некоторые высказывания на этот счёт. Например, Маркс пишет о влиянии кризиса на изменение пропорций разных составных частей общественного продукта и о самом процессе кризиса как процессе насильственного восстановления необходимых для нормального течения дел соотношений и пропорций общественного производства.

Приведём несколько выдержек:

«Каждый кризис сразу уменьшает потребление предметов роскоши; он замедляет, задерживает обратное превращение (IIb)v в денежный капитал, делает возможным лишь частичное превращение» (К. Маркс,»Капитал», том 2, с. 410).

«Периодическое обесценение наличного капитала, — это имманентное средство капиталистического способа производства, сдерживающее понижение нормы прибыли и ускоряющее накопление капитальной стоимости путём образования нового капитала, — нарушает сложившиеся отношения, в которых совершается процесс обращения и воспроизводства капитала, и потому сопровождается внезапными приостановками и кризисами процесса производства (К. Маркс,»Капитал», том 3, гл. XV (II); с. 273-274).

«С понижением нормы прибыли возрастает тот минимум капитала, который требуется отдельному капиталисту для производительного применения труда, — требуется как для эксплуатации труда вообще, так и для того, чтобы затрачиваемое рабочее время было временем, необходимым для производства товаров, чтобы оно не превышало среднего рабочего времени, общественно необходимого для производства товаров. И одновременно возрастает концентрация, потому что за известными пределами крупный капитал с невысокой нормой прибыли накопляет быстрее, чем небольшой капитал с высокой нормой прибыли. Эта возрастающая концентрация, достигнув известного уровня, в свою очередь, приводит к новому понижению нормы прибыли. Масса мелких раздробленных капиталов пускается вследствие этого на путь авантюр: спекуляции, кредитные махинации и махинации на акциях; эти капиталы оказываются перед лицом кризисов. (К. Маркс,»Капитал», том 3,гл. XV (III); с. 275).

Маркс пишет, что во время кризиса:

*«…**расстройство и приостановка процесса воспроизводства парализует функцию денег как средства платежа,** развивающуюся с развитием капитала и основывающуюся на упомянутых предположительных отношениях цен, разрывает в сотне мест цепь платёжных обязательств на определённые сроки, ещё более обостряется возникающим отсюда потрясением кредитной системы, развившейся вместе с капиталом, и таким образом приводит к сильным и острым кризисам, к внезапным насильственным обесценениям, к действительной приостановке и нарушению процесса воспроизводства и вместе с тем к действительному сокращению воспроизводства» (К. Маркс,»Капитал», том 3,гл. XV (III); с. 279).*

[31] Подробнее об этом – в статье Пушной (2011) (стр. 34-42) и в Дополнении II данной статьи.

Отметим, что **описываемые равенствами (B1)-(B3), обмены могут быть осуществлены в натуральной форме без применения денег**, так как в них меняющиеся стороны (разные подразделения) всегда обмениваются эквивалентами. Если обмен совершается по ценам производства, то равенства **(B'1)-(B'3)** гарантируют возможность выполнения всех обменов без применения денег. Эта принципиальная возможность реализации общественного продукта без привлечения денег позволяет фактически осуществлять процесс реализации даже в экстремальных ситуациях острого кризиса доверия к деньгам как средствам платежа. Эта особенность особенно важна, когда национальная валюта теряет стабильность, и контрагенты предпочитают осуществлять сделки в виде бартера. Например, в 1990-ые годы значительная доля сделок в России осуществлялась с помощью прямых товарных обменов (бартера). Бартер стал настолько распространён, что даже зарплату выплачивали продукцией собственного производства, которая потом выменивалась на многочисленных рынках и базарах, покрывшей густой сетью всю страну. **Нетривиальные условия баланса являются, таким образом, своего рода предохранительным механизмом, который гарантирует возможность процесса реализации общественного продукта (а значит, выживания экономики) даже в особых экстремальных ситуациях острого дефицита денег либо резкого падения доверия к ним со стороны экономических агентов.**

При выполнении условий нетривиального обмена продажи каждого подразделения какому-либо другому подразделению (со стороны капиталистов и рабочих) равны покупкам этого другого подразделения продукции данного подразделения. Сколько (в равновесных ценах) одно подразделение продаёт другому, столько же (в равновесных ценах) другое подразделение покупает у данного подразделения. Размеры покупок и продаж между подразделениями равны. Именно поэтому в любой критический момент падения доверия к деньгам обмен между любыми подразделениями может быть совершён без посредства денег – методом прямого обмена продукции одного подразделения на продукцию другого подразделения.

Если нетривиальные условия обмена нарушаются в течение длительного времени, реальная экономика становится уязвима к ситуациям денежных кризисов, когда из-за нестабильности национальной валюты (падения, роста или частых непредсказуемых изменений курса валюты или металлического содержания монеты) процесс обмена между подразделениями оказывается затруднён. Такая ситуация, например, видимо, имела место во времена, предшествовавшие открытию Америк, когда в Европе, в силу дефицита наличной монеты, широкое распространение получил процесс порчи монеты и вызванное этим недоверие к надёжности денег у экономических агентов. Обмен бартером в те времена гарантировал получение реального товара вместо груды монет с непонятным содержанием металла. О широком распространении именно бартерных обменов в то время пишут многие историки экономики, изучавшие этот вопрос[32].

Но и в хорошие времена, в периоды с крепкой и стабильной национальной валютой, длительное нарушение нетривиальных условий обмена чревато возникновением ситуации глубокого кризиса. Ослабление валюты, утрата стабильности курса могут быть вызваны множеством непредсказуемых причин, начиная от природных бедствий и аномалий (неурожай, наводнение и т.п.) до всегда вероятных экономических мер со стороны конкурентов на мировом рынке, направленных на подрыв конкурента методом ослабления его валюты. Процессы такого рода обычно носят характер лавинообразных катастроф, ослабление валюты, выходя за некоторые рамки, развивается всё больше и больше, стимулируя экономических агентов к переходу на сделки в другой валюте либо с помощью бартера. Поскольку реализация

[32] См. главу XII этой статьи.

общественного продукта на бартерной основе возможна лишь при соблюдении нетривиальных условий баланса, эти условия должны были более-менее восстанавливаться при каждом глубоком кризисе. **Экономика ведёт себя как сложная адаптивная система, восстанавливая внутри себя такие структурные условия между тремя подразделениями, которые гарантируют возможность осуществления процесса реализации общественного продукта даже в сложные времена падения доверия к национальной валюте.**

Маркс, изучая природу финансовых кризисов («Капитал», том3, часть 2) неоднократно указывал, что в критической ситуации контрагентам остро не хватает средств платежа для осуществления сделок.

*«…**в период кризиса не достаёт средств платежа. Обратимость векселей заступает место метаморфоза самих товаров…** При такой системе производства, где все связи процесса воспроизводства покоятся на кредите, в том случае, когда кредит внезапно прекращается и силу имеет только платёж наличными, должен очевидно наступить кризис, **должна наступить необычайная погоня за средствами платежа. Поэтому на первый взгляд весь кризис представляется только кредитным кризисом и денежным кризисом**…» (К. Маркс «Капитал», том 3, глава XXX, стр. 539).*

Нехватка наличных и удорожание кредита принуждает в такие моменты производителей к сделкам прямого обмена – на бартерной основе (прямой меновой торговле). В период «Великой Депрессии» 1930-ых бартерные операции в США были широко распространены и во многих случаях служили единственным возможным средством для выживания населения[33].

Если нетривиальные условия баланса нарушены, для реализации общественного продукта необходимо привлечение дополнительного денежного капитала в той или иной форме (наличных или ценных бумаг).

Возьмём, например, приведённый ранее **Рисунок 19,** где на числовом примере показан процесс реализации общественного продукта при нарушении нетривиальных условий баланса. Капиталисты второго подразделения для возмещения своего постоянного капитала должны закупить средства производства на сумму 400 условных денежных единиц. В ситуации денежного кризиса (нестабильной валюты, дефицита средств платежа…) капиталисты второго подразделения могут осуществить необходимый им обмен частично бартером, меняя свой товар (предметы

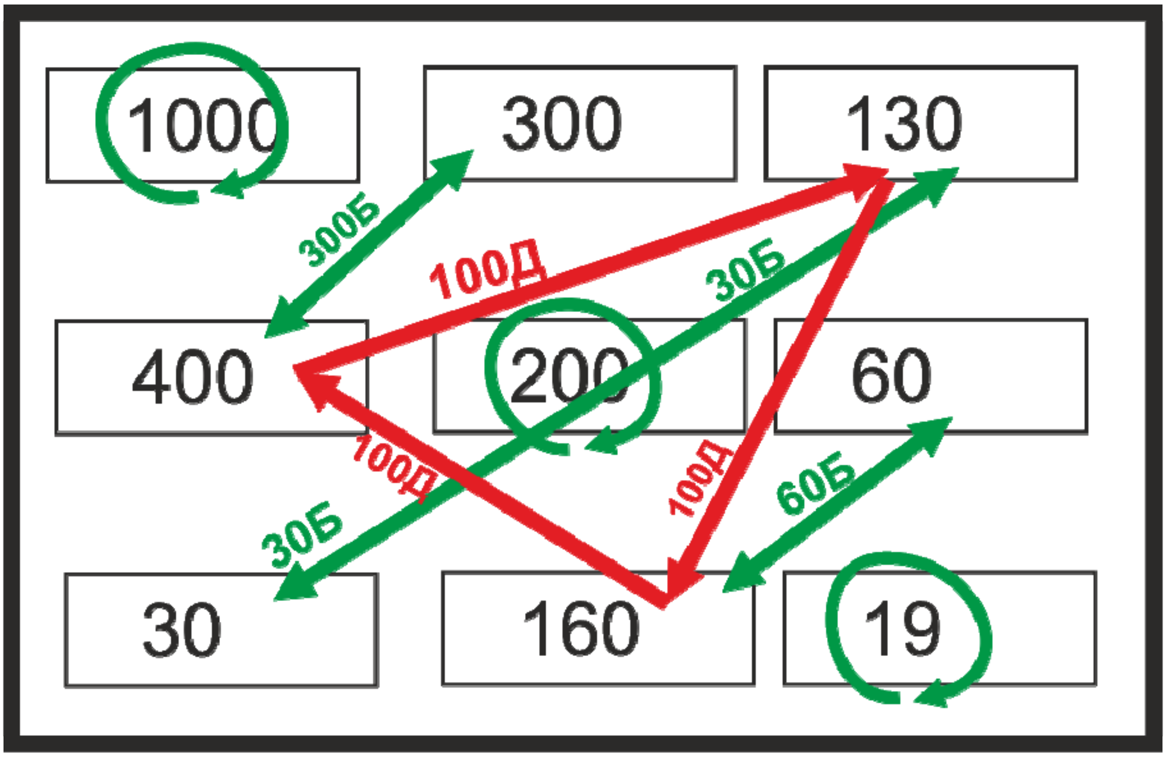
---

[33]«… ***в американской экономике периода Великой депрессии (1929-1933 гг.), испытывавшей острейший денежный голод, распространение мены и выпуск временных денег достигли небывалых размеров за всю историю Соединенных Штатов Америки****… По данным И. Фишера, с конца 1932 по начало 1933 г. количество людей, занятых в бартерной части экономики, возросло более чем в 4 раза и превысило 1 млн человек, а число бартерных посредников увеличилось в 2 раза. По оценке К. Давилы, бывшего президента Чили, в 1933 г. объем внутренней меновой торговли в США превысил 300 млн долл., или 0,5% ВНП. По сведениям же сенатора Э. Томаса, в январе 1933 г.* ***число людей, целиком и полностью существовавших за счет мены, составило*** *60 млн человек (12 млн из которых - безработные и 48 млн - члены их семей), т.е.* ***половину всего населения США.*** *Если же прибавить к этой цифре 30 млн фермерских семей, вследствие недостатка денег оказавшихся в начале того же года на грани разорения [2. С. 1747], то не исключено, что* ***три четверти населения США*** *(90 млн человек)* ***в значительной степени были задействованы в меновой торговле.*** *Косвенным подтверждением этой оценки может* служить тот факт, что в 1933 г. 80 млн американцев оказались в бедственном положении (in *distress)* [2. С. 1741]. Бартер распространился почти на всей территории Соединенных Штатов и во многих отраслях экономики. По сведениям «Нью-Йорк таймс» [6. С.13], к концу 1932 г. меновая торговля велась как минимум в 29 штатах из 50, а по нашей оценке -в 39 из 50 штатов и в двух колониях. Большое распространение мена получила в сельском хозяйстве, среди безработных и в промышленности» *(Афанасьев (2002)).*

«Господин председатель, разве это возможно - даже на Уолл-стрит деньги в таком недостатке, что там вынуждены использовать бартер?» (Председательствует вице-президент США достопочтенный Чарльз Кёртис. - Примеч. авт.) [14. С.1739].

потребления), ценой в 300 единиц на средства производства, ценой в 300 единиц. Капиталисты первого подразделения полученные бартером предметы потребления выплачивают натурой своим рабочим. Капиталисты второго подразделения замещают натурой часть изношенных средств производства.

Рисунок 19. Реализация общественного продукта при нарушении нетривиальных условий баланса.



Но чтобы возместить полностью свой постоянный капитал в натуре, капиталистам второго подразделения необходимо ещё каким-то способом приобрести у капиталистов первого подразделения средства производства на сумму в 100 денежных единиц. Они либо должны купить эти средства производства, либо предоставить капиталистам первого подразделения товар, который эти капиталисты готовы взять натурой в качестве оплаты. Капиталисты первого подразделения могут расплатиться натурой (средствами производства) с капиталистами третьего подразделения на сумму в 30 денежных единиц, меняя свой продукт (средства производства) на продукт третьего подразделения (предметы роскоши) на сумму в 30 денежных единиц. Но спрос на предметы роскоши у капиталистов первого подразделения равен 130 денежным единицам. Поэтому капиталисты первого подразделения готовы взять в качестве оплаты от капиталистов второго подразделения либо деньги в размере 100 денежных единиц, либо ценную бумагу, гарантирующую им получение предметов роскоши на сумму 100 денежных единиц. Спрос на предметы роскоши у капиталистов второго подразделения равен 60. Спрос на предметы потребления со стороны рабочих третьего подразделения равен 160. Капиталисты второго подразделения могут обменять натурой предметы потребления суммой в 60 на предметы роскоши, удовлетворив тем самым свой спрос на предметы роскоши, плюс они могут обменять предметы потребления суммой в 100 денежных единиц на предметы роскоши суммой в 100 единиц **не для целей собственного потребления**, а с целью перепродажи этих предметов роскоши капиталистам первого подразделения, у которых остался неудовлетворённый спрос на предметы роскоши суммой в 100 единиц. Таким образом, купчая на предметы роскоши суммой в 100 денежных единиц выполняют роль средства обмена, обеспечивая удовлетворение спроса всех подразделений. Капиталисты второго подразделения получают методом прямого обмена роскошь на 60 единиц и приобретают дополнительно свидетельство о покупке (купчую) на роскошь суммой в 100 единиц, отдавая за это третьему подразделению предметы потребления на сумму в 160 единиц. Тем самым, третье подразделение удовлетворяет свой спрос на предметы потребления. Второе подразделение преобретает методом прямого обмена у первого подразделения средства производства на сумму 300 денежных единиц и дополнительно ещё средства производства на сумму в 100 единиц в обмен на купчую на предметы роскоши суммой в 100 денежных единиц. Тем самым, второе подразделение удовлетворяет свой спрос на средства производства. Третье подразделение продаёт первому роскошь на сумму в 130 денежных единиц: покрывая свой спрос в 30 единиц на средства производства (прямой обмен) и выполняя обязательство по купчей в 100 единиц за ранее купленный вторым подразделением товар. Роль денег во всём этом процессе выполняет ценная бумага (купчая[34]).

Хотя обмен теоретически может совершаться описанным выше способом (с применением в качестве средства платежа купчих), в периоды денежного кризиса, когда резко падает доверие к любым ценным бумагам, такой процесс реализации общественного продукта всегда будет затруднён. Реализация общественного продукта через сделки с оплатой ценными бумагами – обычное явление в спокойные времена. Но в периоды кризиса именно ценные бумаги дешевеют стремительнее всего, и доверие к ним стремительно падает. В такое время возрастает спрос на реальные деньги (стабильнуювалюту или драгоценные металлы), которых не хватает для покрытия всей массы сделок. Дефицит реальных денег и обесценивание «ценных бумаг» – один из признаков начала кризиса[35].

Самое главное в любом экономическом кризисе – это расстройство процесса реализации общественного продукта, которое может быть вызвано множеством разных причин, но которое во всех случаях состоит в затруднении осуществить все необходимые сделки по процессу реализации. Маркс неоднократно указывал, что самое слабое звено в этих сделках – необходимость превращения товара в деньги с последующим превращением денег в другие товары (метаморфоз Т – Д – Т’). Нарушение нетривиальных условий баланса предполагает наличие достаточного количества надёжных средств обмена. Как мы только что видели, без определённой суммы таких средств обмена реализация общественного продукта в полном объёме становится невозможна. В нашем числовом примере эта сумма составляет 100 денежных единиц. Денежный капитал в размере 100 единиц может быть либо в форме реальных денег, либо в форме купчих или иных ценных бумаг. Надо иметь в виду, что сама эта безусловная необходимость привлечения денежного капитала (невозможность осуществить процессы обмена на бартерной основе) неизбежно порождает и делает устойчивым существование класса

[34] “***(bill of sale)*** *1. Документ о передаче собственности на товар одним лицом другому. Как правило, товары передаются условно, в качестве обеспечения займа, поэтому условная купчая (conditional bill of sale) представляет собой, таким образом, товарный залог. Залогодатель имеет право вернуть себе товары после погашения долга и обычно продолжает все это время владеть ими; поэтому он может обманным путем получить еще кредиты, продемонстрировав свои товары. Безусловная купчая (absolute bill of sale) является документом о передаче собственности на товар окончательно. Законы о купчих 1878 и 1882 гг. определяют порядок регистрации и форму купчих. 2. Регистрационный документ смены владельца при продаже судна; во всем мире признается законным свидетельством собственности»*
Источник: http://dic.academic.ru/dic.nsf/business/7024
См. также: http://en.wikipedia.org/wiki/Bill_of_sale
[35] Так, например, в США во время Великой Депрессии углубление кризиса в реальном секторе экономики сопровождалось обострением дефицита в надежных платёжных средствах.
«…by reducing the ability of bank money to serve as a temporary adobe of purchasing power, the collapse of banking system encouraged people to purchase safe assets (gold, national bank notes, government bonds, deposits in well regarded banks, and so on)” (Rockoff (1993); p.30).

посредников, деятельность которых сосредотачивается на операциях перепродажи товаров, изготовленных одними промышленными капиталистами, - другим промышленным капиталистам. В нашем примере посредники закупают предметы роскоши у производителей третьего подразделения на сумму 100 денежных единиц и перепродают их капиталистам первого подразделения, у которых имеется неудовлетворённый избыток спроса на предметы роскоши. Деятельность промышленных капиталистов и деятельность денежных капиталистов (посредников) чаще всего (хотя бывают исключения) разделена между разными лицами. Посреднические операции, будучи относительно самостоятельными и независимыми от деятельности промышленного капитала, имеют собственную логику развития. Под купчие на реальные товары выпускается множество бумаг, страхующих сделку – опционы, варранты и др[36]. Во время кризиса вся эта груда ценных бумаг обесценивается, и процесс реализации общественного продукта сразу оказывается под угрозой.

Можно предположить, что одной из причин кризиса является сильное разбухание фиктивного капитала, состоящего из ценных бумаг посредников, осуществляющих операции обмена между промышленными капиталистами. Разбухание это имеет свой реальный базис в нарушении нетривиальных условий баланса и вытекающей отсюда необходимости привлечения посреднических услуг для осуществления всех необходимых сделок по реализации общественного продукта. Таким образом, **нарушение нетривиальных условий баланса, вероятно, является одной из причин нестабильности капиталистической экономике.** В результате кризиса происходит частичное восстановление нетривиальных условий баланса и, как следствие, сжатие фиктивного капитала и приведение его в определённое соотношение с размером реального капитала страны. Этот вывод получен путём логических рассуждений и является лишь гипотезой, требующей проверки по данным статистики. Туган-Барановский (1914) убедительно показал, что одной из причин кризиса может быть нарушение пропорциональности в развитии капиталистической экономики – нарушение условий баланса.

«При условиях капиталистического хозяйства трудность заключается не в том, чтобы произвести товар, а в том, чтобы его сбыть, найти для него рынок. Эта вторая задача по своей важности совершенно оттеснила на задний план первую. Известно, как сложна организация сбыта в наше время, какие усилия должен делать каждый предприниматель, чтобы втолкнуть свой товар в густую толпу всевозможных товаров, переполняющих рынок. Предложение, как общее правило, всегда идет впереди спроса, обгоняет его, и товаропроизводитель готов пойти на что угодно, лишь бы стимулировать спрос. Современный предприниматель создал сложную сеть торгового посредничества,

---

[36] «***Опцио́н*** *(лат. optio — выбор, желание, усмотрение) — договор, по которому потенциальный покупатель или потенциальный продавец актива (товара, ценной бумаги) получает право, но не обязательство, совершить покупку или продажу данного актива по заранее оговорённой цене в определённый договором момент в будущем или на протяжении определённого отрезка времени. При этом продавец опциона несёт обязательство совершить ответную продажу или покупку актива в соответствии с условиями проданного опциона. Опцион — это один из производных финансовых инструментов. Различают опционы на продажу (put option), на покупку (call option) и двусторонние (double option)».* Источник: https://ru.wikipedia.org/wiki/Опцион

«Варрант *(англ. warrant — полномочие, доверенность) — это:*

1. ценная бумага, дающая держателю право покупать пропорциональное количество акций по оговорённой цене в течение определённого промежутка времени, как правило, по более низкой по сравнению с текущей рыночной ценой;

2. свидетельство товарного склада о приёме на хранение определённого товара, то есть варрант — это товарораспределительный документ, который используется при продаже и залоге товара».

Источник: https://ru.wikipedia.org/wiki/Варрант *экономическое значение которой трудно преувеличить. Эта сеть, как паутина, охватила своими петлями весь мир…*

…при пропорциональном распределении общественного производства общественный спрос и общественное предложение остаются в равновесии, как бы ни сокращался потребительный спрос общества….

Капиталистическое производство располагает громадными производительными силами и всегда стремится к расширению количества производимых продуктов. Но сбыт этих продуктов возможен лишь при условии пропорционального распределения общественного производства. Капитализм же не обладает никакой организацией для такого распределения производства. На этой основе возникают кризисы капиталистической промышленности, природа которых будет выяснена в следующей главе. Пока же достаточно указать, что отсутствие какой бы то ни было организации для пропорционального распределения производства играет в капиталистическом хозяйстве роль эластичной повязки, которая постоянно давит на капиталистическое производство и препятствует ему развернуть все свои производительные силы. Именно на этом и основана трудность реализации продуктов в системе капиталистического хозяйства. Рынок всегда недостаточен для капитализма не потому, что потребителей для капиталистического продукта было слишком мало, а потому, что такое пропорциональное распределение производства совершенно неосуществимо при условии капиталистического хозяйства, а приближение к такой пропорциональности достигается капитализмом с величайшим трудом, путем кризисов и уничтожения чрезмерно разросшихся отдельных предприятий» (Туган-Барановский (1914)).

Наша гипотеза развивает этот вывод. Мы полагаем, что тривиальные условия баланса могут оставаться и не нарушенными (если они нарушаются, то кризис неминуем), но если нарушены нетривиальные условия баланса, в экономике происходит чрезмерный рост (разбухание) фиктивного капитала со всеми присущими ему чертами – спекуляцией, чрезмерным расширением кредитных операций и т.д. Кризис обычно начинается с биржевого краха и обесценивания ценных бумаг, за которым следует существенное нарушение процесса реализации общественного продукта (кризис в реальном секторе экономике). Кризис заканчивается восстановлением процесса реализации общественного продукта при существенно ином (значительно меньшем) фиктивном капитале, что указывает на частичное восстановление нетривиальных условий баланса в реальном секторе экономики. Если принять данную гипотезу, то кризисы можно рассматривать как такой процесс саморегулирования капиталистической системы, при котором снова и снова (после каждого кризиса) происходит восстановление нетривиальных условий баланса.

Расчёты в программе "Mathematica" (гл. IX-XI) демонстрируют, что при равномерном распределении элементов матриц $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$ (с какой-то константой равномерного распределения) и элементов матриц $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ (с какой-то другой константой равномерного распределения) обмен по стоимости и обмен по ценам производства внутри Модели-1 трёх подразделений тождественно совпадают, а возникающая при этом матрица общественного воспроизводства становится симметричной при увеличении числа отраслей до бесконечности. Нарушение условий равномерного распределения элемнетов матриц с одинаковыми константами для матриц $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$ и $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ приводит к нарушению условий симметрии матрицы в ценах производства. Но при этом, как мы видели, затрудняется процесс реализации общественного продукта в периоды острого денежного кризиса. Вероятно, что во время кризиса происходит восстановление нарушенных условий симметрии матрицы в ценах производства,что достигается за счёт внедрения новых производств и технологий, в результате которого константы равномерного распределения матриц $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$ и константы равномерных распределений матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$ снова выравниваются. Этот теоретический вывод - конечно, лишь гипотеза, требующая проверки по данным экономической статистики.

XIV. УСЛОВИЕ РАВЕНСТВА ОРГАНИЧЕСКИХ СТРОЕНИЙ КАПИТАЛОВ РАЗНЫХ ПОДРАЗДЕЛЕНИЙ. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА.

Ниже приведена матрица общественного производства в ценах производства, элементы которой выражены через произведения векторов и матриц.

Рисунок 20. Матрица общественного воспроизводства Модели-1.

	C	V	P	W
I	$\vec{p}_I A_{I;I} \vec{X}_I$	$\vec{p}_{II} A_{II;I} \vec{X}_I$	$\left(\vec{p}_I A_{I;I} \vec{X}_I + \vec{p}_{II} A_{II;I} \vec{X}_I\right) r$	$\vec{p}_I \vec{X}_I$
II	$\vec{p}_I A_{I;II} \vec{X}_{II}$	$\vec{p}_{II} A_{II;II} \vec{X}_{II}$	$\left(\vec{p}_I A_{I;II} \vec{X}_{II} + \vec{p}_{II} A_{II;II} \vec{X}_{II}\right) r$	$\vec{p}_{II} \vec{X}_{II}$
III	$\vec{p}_I A_{I;III} \vec{X}_{III}$	$\vec{p}_{II} A_{II;III} \vec{X}_{III}$	$\left(\vec{p}_I A_{I;III} \vec{X}_{III} + \vec{p}_{II} A_{II;III} \vec{X}_{III}\right) r$	$\vec{p}_{III} \vec{X}_{III}$

Каждый элемент этой матрицы является двойной суммой компонент элементов матрицы прямых затрат и компонент векторов цен и выпуска продукции. Пусть $N_{\alpha\beta} \quad \alpha;\beta = I;II;III$ - число слагаемых в двойной сумме $\sum_{i;k} p_i a_{ik} X_k$, стоящей на месте $\alpha - строка; \beta - столбец$ в матрице, изображённой на **Рисунке 20**.

По известной теореме математическое ожидание $M[...]$ от суммы случайных величин равно сумме математических ожиданий этих величин. Математическое ожидание произведения случайных величин равно произведению математических ожиданий этих величин плюс корреляционный момент этих случайных величин. Рассмотрим отдельный элемент матрицы воспроизводства на **Рисунке 20**. Он вычисляется как двойная сумма. Взяв математическое ожидание от двойной суммы и, учитывая, что математические ожидания всех слагаемых этой суммы равны, получим:

$$M\left[\sum_{i;k} p_i^{(\alpha\beta)} a_{ik}^{(\alpha\beta)} X_k^{(\alpha\beta)}\right] = N_{\alpha\beta} \cdot M\left[p_i^{(\alpha\beta)} a_{ik}^{(\alpha\beta)} X_k^{(\alpha\beta)}\right] \qquad (327)$$

Произведение в квадратных скобках представим как произведение двух случайных величин $p_i^{(\alpha\beta)} a_{ik}^{(\alpha\beta)}$ и $X_k^{(\alpha\beta)}$. Применяя теорему о математическом ожидании произведения случайных величин, получим:

$$M\left[p^{(\alpha\beta)} a_{ik}^{(\alpha\beta)} X_k^{(\alpha\beta)}\right] = M[pa] \cdot M[X] + K_{(pa)X} \qquad (328)$$

[37]

Применяя эту теорему ещё раз, получаем:

$$M\left[p^{(\alpha\beta)} a_{ik}^{(\alpha\beta)} X_k^{(\alpha\beta)}\right] = M[p] \cdot M[a] \cdot M[X] + \underbrace{K_{pa} \cdot M[X] + K_{(pa)X}}_{\text{корреляционный член}} \qquad (329)$$

[37] Для упрощения записи формул там, где это не приводит к недоразумению, будем опускать индексы. Корреляционный момент K_{uv} двух случайных величин u и v определяется формулой: $K_{uv} = M\left[\left(u - M[u]\right) \cdot \left(v - M[v]\right)\right]$.

Если бы мы сгруппировали множители другим способом - как $p\cdot\left(aX\right)$ - получили бы другое выражение для корреляционного члена. Ясно однако, что значение его при этом не изменилось бы. Если случайные величины взаимно независимы, то корреляционный член обратится в ноль. Если выборочные корреляционные моменты уменьшаются с ростом числа отраслей, то при рассмотрении реальной экономики с очень большим числом отраслей корреляционным членом (формула (329)) можно пренебречь. В этом случае для экономики с большим (но конечным!) числом отраслей мы имеем приближённое равенство:

$$\sum_{i;k} p_i^{(\alpha\beta)} a_{ik}^{(\alpha\beta)} X_k^{(\alpha\beta)} \approx N_{\alpha\beta}\cdot M\left[p_i^{(\alpha\beta)}\right]\cdot M\left[a_{ik}^{(\alpha\beta)}\right]\cdot M\left[X_k^{(\alpha\beta)}\right] \qquad (330)$$

Предположение об уменьшении корреляционного члена подтверждается непосредственными расчётами матрицы, составленной из средних значений, структура которой изображена на **Рисунке 21**.

Рисунок 21. Структура «матрицы средних значений» строения капитала в Модели-1, составленная из средних значений элементов матрицы общественного воспроизводства в ценах производства.

Матрица (C-V) средних значений.		
	C	V
I	$\boxed{N_I^2 M\left[p_I\right] M\left[A_{I;I}\right] M\left[X_I\right]}$	$\boxed{N_I N_{II} M\left[p_{II}\right] M\left[A_{II;I}\right] M\left[X_I\right]}$
II	$\boxed{N_I N_{II} M\left[p_I\right] M\left[A_{I;II}\right] M\left[X_{II}\right]}$	$\boxed{N_{II}^2 M\left[p_{II}\right] M\left[A_{II;II}\right] M\left[X_{II}\right]}$
III	$\boxed{N_I N_{III} M\left[p_I\right] M\left[A_{I;III}\right] M\left[X_{III}\right]}$	$\boxed{N_{II} N_{III} M\left[p_{II}\right] M\left[A_{II;III}\right] M\left[X_{III}\right]}$

С ростом числа отраслей отклоненение элементов «матрицы средних значений» (**Рисунок 21**) от соответствующих элементов матрицы воспроизводства в ценах производства (**Рисунок 20)** стремится к нулю. Подтверждающие это графики приведены на **Рисунках 22-25**. Блок вычислений относительных отклонений (в процентах) элементов матрицы средних значений от матрицы воспроизводства в ценах производства встроен в самом конце программ, размещённых в архиве **MathArxive**[38]**.** Как показывают прямые расчёт (**Рисунки 22-25),** с ростом числа отраслей относительное (выраженное в процентах) отклонение элементов точной матрицы воспроизводства в ценах производства от соответствующих элементов «матрицы средних значений», стремится к нулю, то есть либо корреляция отсутствует, либо корреляционный член с ростом числа отраслей стремится к нулю. **Матрица средних значений** рассчитывалась по формулам, представленным на **Рисунке 21.** Ниже будет приведён вывод этих формул.

В программах расчёта (приложение **MathArxive**) в конце программы (кроме программ, в названии которых встречается слово 'big') встроен блок вычисления относительных отклонений (в процентах) элементов «матрицы средних значений» от соответствующих элементов точной матрицы, рассчитанной, как это описано в главах IX – XI. Ниже приведены графики (**Рисунки 29-32**) относительных отклонений для отдельных элементов и по всей матрице в среднем для программ двух типов – из папок Program-1 и Program-2 архива MathArxive. Эти графики показывают, что с ростом числа членов в двойных суммах, относительное отклонение элементов матрицы воспроизводства в ценах производства от элементов «матрицы средних значений» стремится к нулю. То есть влиянием ковариационного члена можно пренебречь, если рассматривать экономику с очень большим числом отраслей.

[38] Кроме программ, содержащих в названии слово 'big'.

Рисунок 22. Среднее относительное отклонение (в процентах)[39] элементов матрицы воспроизводства в ценах производства от элементов матрицы, составленной из средних значений. Блок 'Program-1'.

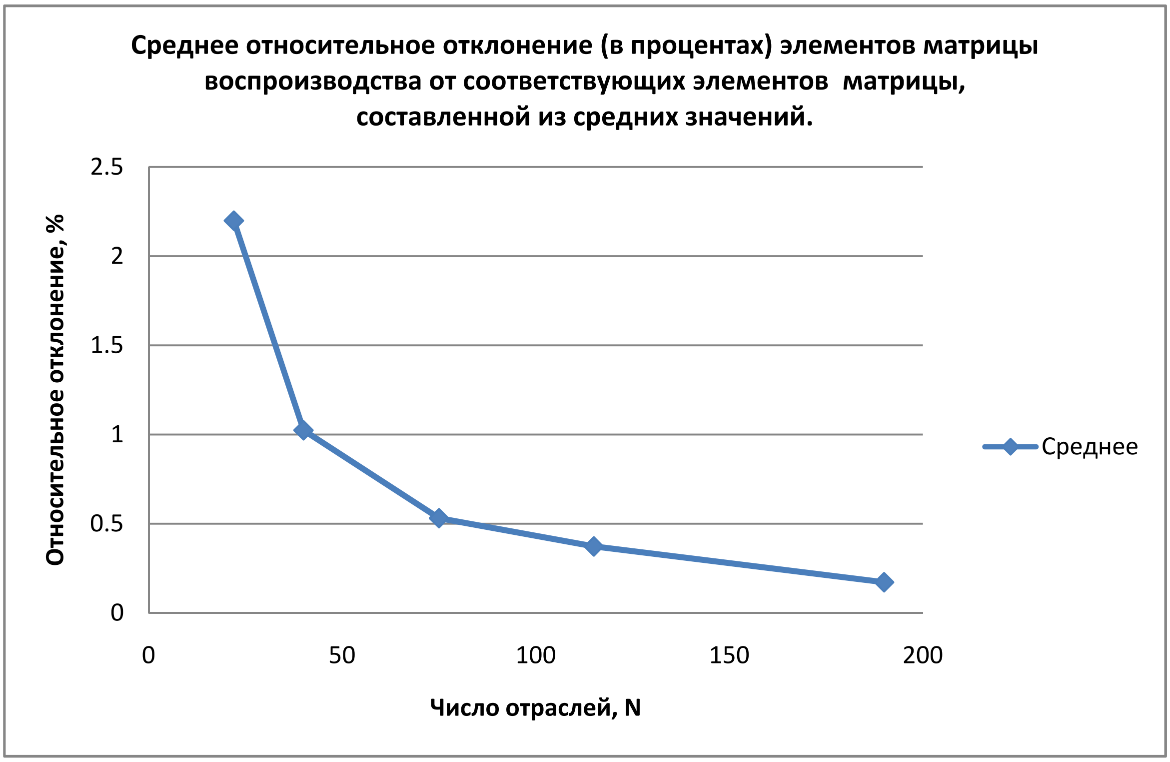
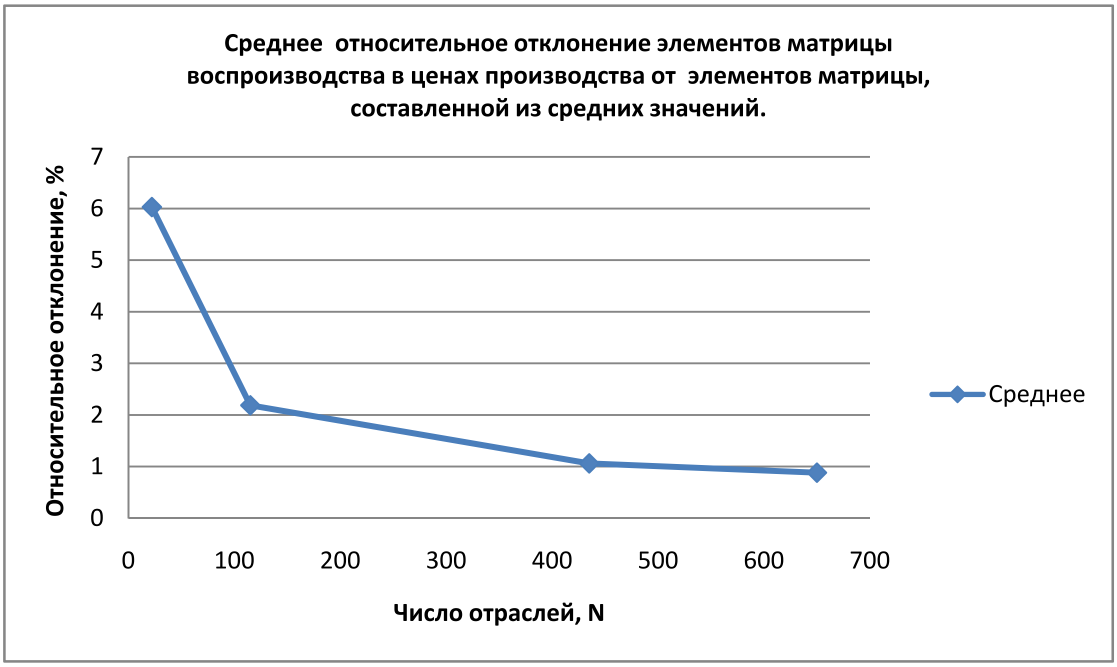


Рисунок 23. Среднее относительное отклонение (в процентах) элементов матрицы воспроизводства в ценах производства от элементов матрицы, составленной из средних значений. Блок 'Program-2'.



[39] Среднее относительное отклонение было рсчитано как среднее значение относительных отклонений по отдельным элементам матрицы.

Рисунок 24. Среднее относительное отклонение (в процентах) отдельных элементов матрицы воспроизводства в ценах производства от соответствующих элементов матрицы, составленной из средних значений. Блок 'Program-2'.

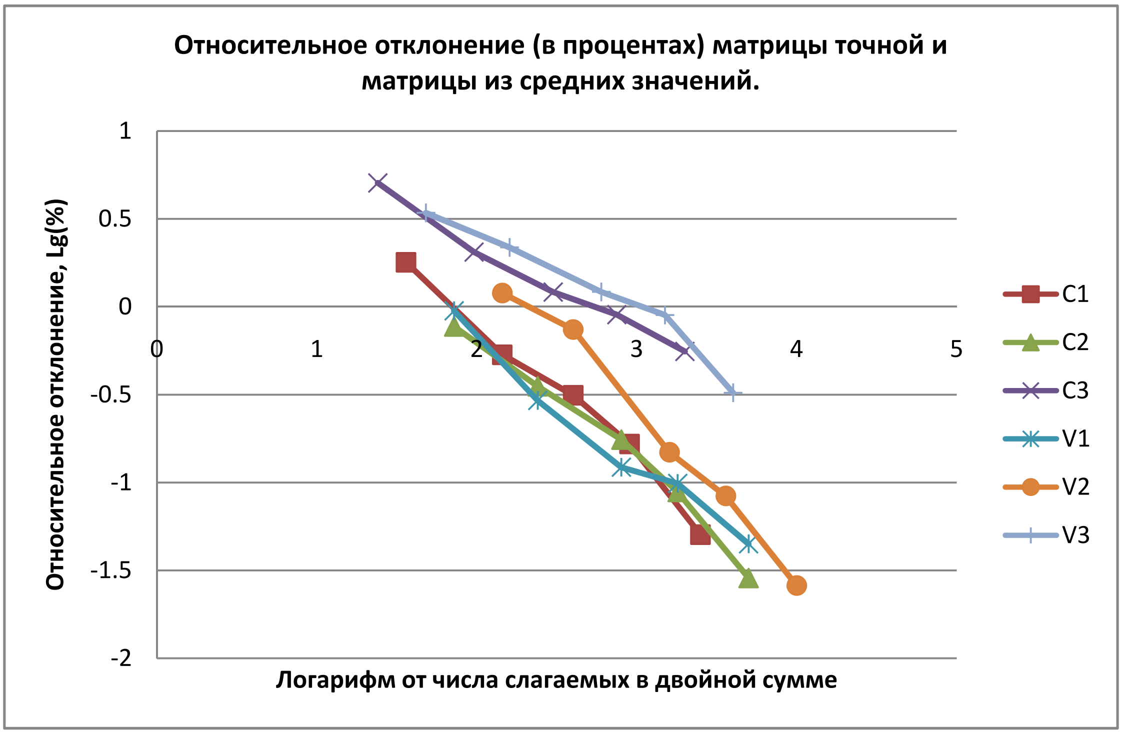
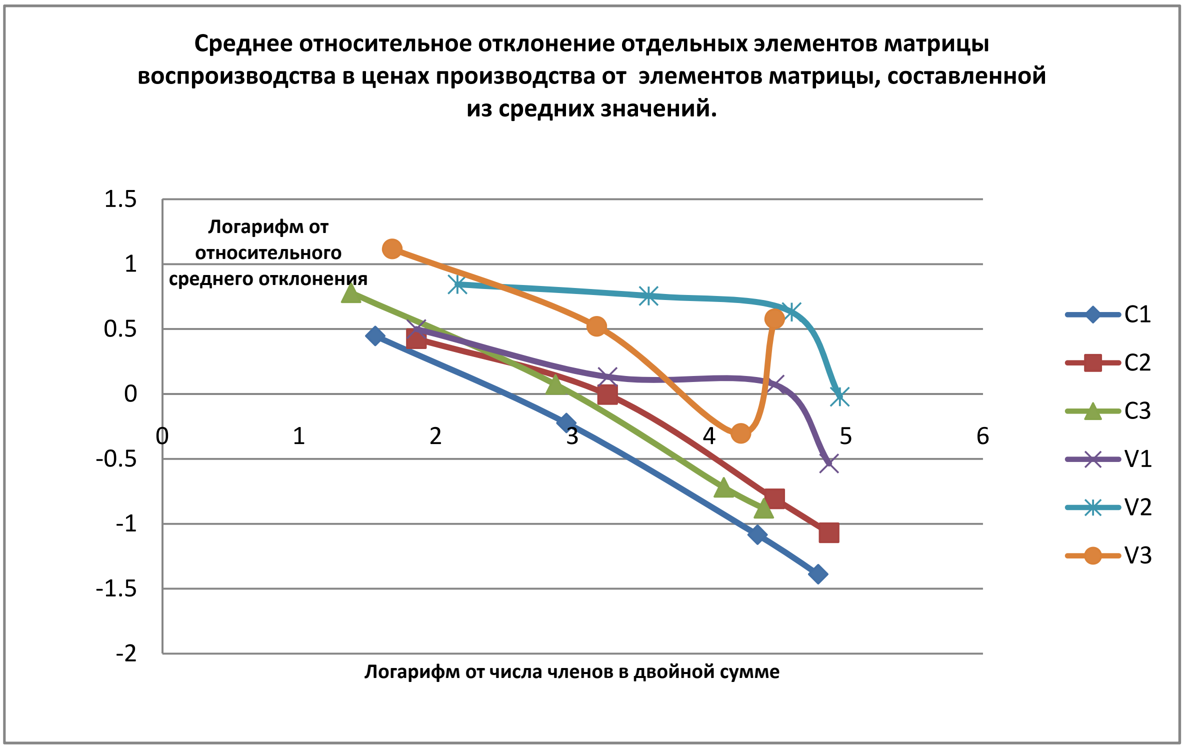


Рисунок 25. Среднее относительное отклонение (в процентах) отдельных элементов матрицы воспроизводства в ценах производства от соответствующих элементов матрицы,составленной из средних значений. Блок 'Program-2'.



В формулу (330) входят выборочные средние значения случайных величин $p_i^{(\alpha\beta)}; a_{ik}^{(\alpha\beta)}; X_k^{(\alpha\beta)}$. Если эти случайные величины распределены по некоторым статистическим законам (например, нормальный закон распределения Гаусса), то с ростом числа отраслей выборочные средние стабилизируются, приближаясь к средним значениям этих статистических законов. Если это так, то мы можем заменить выборочные средние значения точными средними значениями соответствующих статистических распределений при достаточно большом числе отраслей (большом значении $N_{\alpha\beta}$).

Возьмём, например, элемент C_I. Распишем его значение в виде двойной суммы:

$$C_I = \sum_{i=1}^{N_I}\left(\sum_{k=1}^{N_I} a_{ki}^{(I;I)} p_k^{(I)}\right) X_i^{(I)} \tag{331}$$

Римские индексы сверху означают принадлежность к соответствующему вектору или матрице. Нижние индексы фиксируют компоненту соответствующего вектора или матрицы. Например, для элемента V_I имеем выражение:

$$V_I = \sum_{i=1}^{N_I}\left(\sum_{k=1}^{N_{II}} a_{ki}^{(II;I)} p_k^{(II)}\right) X_i^{(I)} \tag{332}$$

Продолжая, получаем для остальных элементов следующие выражения:

$$C_{II} = \sum_{i=1}^{N_{II}}\left(\sum_{k=1}^{N_I} a_{ki}^{(I;II)} p_k^{(I)}\right) X_i^{(II)} \tag{333}$$

$$V_{II} = \sum_{i=1}^{N_{II}}\left(\sum_{k=1}^{N_{II}} a_{ki}^{(II;II)} p_k^{(II)}\right) X_i^{(II)} \tag{334}$$

$$C_{III} = \sum_{i=1}^{N_{III}}\left(\sum_{k=1}^{N_I} a_{ki}^{(I;III)} p_k^{(I)}\right) X_i^{(III)} \tag{335}$$

$$V_{III} = \sum_{i=1}^{N_{III}}\left(\sum_{k=1}^{N_{II}} a_{ki}^{(II;III)} p_k^{(II)}\right) X_i^{(III)} \tag{336}$$

Возьмём средние значения. Например, для элемента C_I получим:

$$\begin{aligned} M\left[C_I\right] &= \sum_{i=1}^{N_I} M\left[\left(\sum_{k=1}^{N_I} a_{ki}^{(I;I)} p_k^{(I)}\right) X_i^{(I)}\right] = \sum_{i=1}^{N_I} M\left[\left(N_I M\left[A_{I;I}\right] M\left[p_I\right]\right) X_i^{(I)}\right] = \\ &= \sum_{i=1}^{N_I} N_I M\left[A_{I;I}\right] M\left[p_I\right] M\left[X_I\right] = N_I^2 M\left[A_{I;I}\right] M\left[p_I\right] M\left[X_I\right] \end{aligned} \tag{337}$$

Аналогично, получаем математические ожидания остальных элементов матрицы:

$$M\left[V_I\right] = N_I N_{II} M\left[A_{II;I}\right] M\left[p_{II}\right] M\left[X_I\right] \tag{338}$$

$$M\left[C_{II}\right] = N_I N_{II} M\left[A_{I;II}\right] M\left[p_I\right] M\left[X_{II}\right] \tag{339}$$

$$M\left[V_{II}\right] = N_{II}^2 M\left[A_{II;II}\right] M\left[p_{II}\right] M\left[X_{II}\right] \tag{340}$$

$$M\left[C_{III}\right] = N_I N_{III} M\left[A_{I;III}\right] M\left[p_I\right] M\left[X_{III}\right] \tag{341}$$

$$M\left[V_{III}\right] = N_{II} N_{III} M\left[A_{II;III}\right] M\left[p_{II}\right] M\left[X_{III}\right] \tag{342}$$

Составим органические строения:

$$k_I \equiv C_I : V_I = \frac{N_I^2 M\left[A_{I;I}\right] M\left[p_I\right] M\left[X_I\right]}{N_I N_{II} M\left[A_{II;I}\right] M\left[p_{II}\right] M\left[X_I\right]} = \frac{N_I M\left[p_I\right]}{N_{II} M\left[p_{II}\right]} \cdot \frac{M\left[A_{I;I}\right]}{M\left[A_{II;I}\right]} \tag{343}$$

$$k_{II} \equiv C_{II} : V_{II} = \frac{N_I M\left[p_I\right]}{N_{II} M\left[p_{II}\right]} \cdot \frac{M\left[A_{I;II}\right]}{M\left[A_{II;II}\right]} \tag{344}$$

$$k_{III} \equiv C_{III} : V_{III} = \frac{N_I M\left[p_I\right]}{N_{II} M\left[p_{II}\right]} \cdot \frac{M\left[A_{I;III}\right]}{M\left[A_{II;III}\right]} \tag{345}$$

Пусть выполняются условия[40]:

$$M\left[A_{I;I}\right] = M\left[A_{I;II}\right] = M\left[A_{I;III}\right] \tag{346}$$

$$M\left[A_{II;I}\right] = M\left[A_{II;II}\right] = M\left[A_{II;III}\right] \tag{347}$$

Тогда органические строения подразделений будут равны:

$$k_I = k_{II} = k_{III} \tag{348}$$

Тем самым доказано, что если элементы матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$ распределены по одному и тому же закону и, в свою очередь, элементы матриц $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$ тоже распределены по одному и тому же закону, то органические строения подразделений в матрице общественного воспроизводства Модели-1 будут равны, а сама матрица будет симметричной, если число отраслей устремить к бесконечности.

Приведём оценку для относительных отклонений органических строений. Пусть органическое строение какого-либо подразделения равно:

$$k = \frac{C}{V} \tag{349}$$

Органическое строение, рассчитанное по матрице средних значений равно:

$$k_0 = \frac{C_0}{V_0} \tag{350}$$

Рассмотрим случай $C > C_0$ и $V > V_0$. Относительные отклонения обозначим $\Delta_C; \Delta_V$.

$$\Delta_C = \frac{C - C_0}{C} \tag{351}$$

$$\Delta_V = \frac{V - V_0}{V} \tag{352}$$

Для разности органических строений получим:

$$k - k_0 = k \cdot \left(\frac{\Delta_C}{1 - \Delta_V} \right) \tag{353}$$

При $\Delta_C \to 0;\ \Delta_V \to 0$, получим $k \to k_0$ и, если органические строения подразделений в матрице средних значений равны, то с ростом числа отраслей (когда $\Delta_C \to 0;\ \Delta_V \to 0$) органические строения матрицы воспроизводства Модели-1 реальной экономики будут выравниваться. Хотя мы рассмотрели лишь случай $C > C_0$ и $V > V_0$, очевидно, что этот результат выполняется и в общем случае. Таким образом, если относительные отклонения элементов матрицы воспроизводства и матрицы средних значений стремятся к нулю, то органические строения подразделений в Модели-1 будут выравниваться с ростом числа отраслей.

---

[40] Символы $M\left[A_{...}\right]$ и $M\left[X_{...}\right]$ означают среднее значение по выборке, составленной из элементов матрицы или вектора (соответственно).

Наши расчёты в программе Mathematica (приложение **MathArxive**) подтверждают этот теоретический результат. С увеличением числа отраслей (и числа членов в двойных суммах, через которые считаются элементы матрицы воспроизводства в ценах производства), относительные отклонения соответствующих элементов матрицы воспроизводства и матрицы средних значений стремятся к нулю (**Рисунки 22-25**). Начальные данные, по которым рассчитывались все остальные величины, задавались равномерно распределённой случайной величиной. Расчёты показывают, что если константы равномерного распределения у матриц $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ одинаковы и также одинаковы константы равномерных распределений у матриц $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$, то с ростом числа отраслей органические строения разных подразделений действительно выравниваются и матрица становится симметричной[41].

Из соотношений (343)-(345) следуют условия, при которых органические строения разных подразделений будут равны:

УСЛОВИЕ РАВЕНСТВА ОРГАНИЧЕСКИХ СТРОЕНИЙ МАТРИЦЫ В ЦЕНАХ ПРОИЗВОДСТВА:

$$\frac{M\left[A_{I;I}\right]}{M\left[A_{II;I}\right]}=\frac{M\left[A_{I;II}\right]}{M\left[A_{II;II}\right]}=\frac{M\left[A_{I;III}\right]}{M\left[A_{II;III}\right]} \tag{354}$$

Условие (354) не налагает никаких ограничений на возможный вид функции распределения элементов обобщённой матрицы Леонтьева. В наших расчётах мы использовали равномерное распределение. Однако, равенства (346) и (347) будут выполняться и в том случае, если мы возьмём произвольное, но **ОДИНАКОВОЕ** статистическое распределение для элементов матриц $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ и какое-то другое, но тоже **ОДИНАКОВОЕ** статистическое распределение для элементов матриц $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$. В этом случае множество элементов каждой из матриц $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ можно рассматривать как выборку элементов определённого статистического ансамбля с определённой функцией распределения. По известной теореме, среднее значение такой выборки будет стремиться к ОДНОЗНАЧНО ЗАДАННОМУ среднему значению этого статистического распределения при увеличении размера выборки. Тем самым, средние значения всех трёх выборок $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ с ростом числа отраслей будут стремиться к истинному среднему значению статистического распределения и, как следствие, разность между средними значениями этих выборок будет стремиться к нулю. Аналогичные соображения справедливы и для выборок $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$. Таким образом, если элементы всех трёх матриц $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ распределены по какому-либо определённому (одинаковому для всех трёх матриц) статистическому закону (а также элементы матриц $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$ тоже распределены по какому-то другому, одинаковому для всх этих трёх матриц статистическому закону), то с ростом числа отраслей равенства (346)-(347) будут выполняться всё точнее и точнее.

Встаёт вопрос о существовании (либо отсутствии) статистического закона распределения, одинакового для элементов матриц $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ и статистического закона распределения, одинакового для элементов матриц $A_{II;I};A_{II;II};A_{II;III}$. Для ответа на этот вопрос - обратимся к статистическим данным. Ниже мы приводим результаты анализа статистических данных для США

[41] Нетрудно доказать, что если органические строения матрицы в ценах производства равны, то такая матрица симметрична. При этом она совпадает со стоимостной матрицей простого воспроизводства, а стоимости и цены производства продукции подразделений будут равны. В этом случае обмен по стоимости совпадает с обменом по ценам производства.

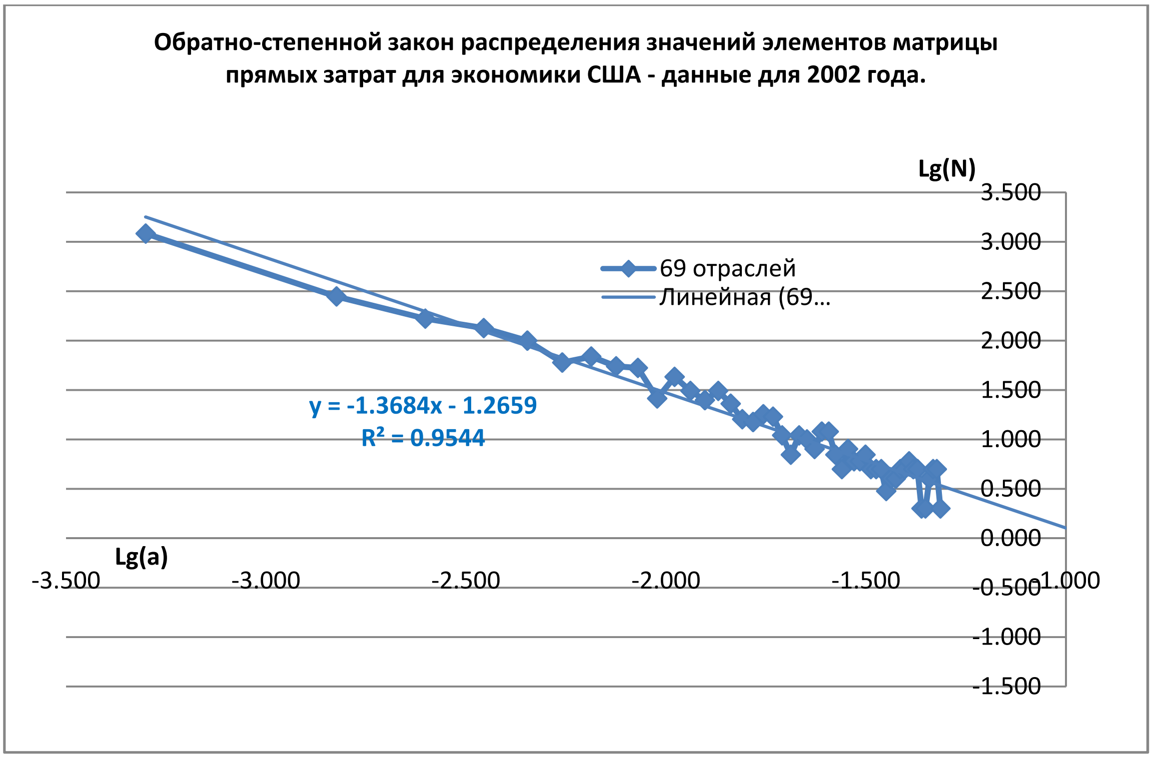
и Японии, которые показывает, что для элементов матрицы прямых затрат имеет место обратно-степенной закон распределения вида:

$$N = Const \cdot a^{-n} \qquad (355)$$

Такой закон распределения вообще характерен для сложных адаптивных систем (САС), находящихся в состоянии «самоорганизованной критичности»[42]. Процесс обновления технологий, ускоряющийся в результате каждого кризиса, отражается на распределении значений элементов a матрицы прямых затрат. Поэтому закон распределения случайной величины a - значений элементов матрицы прямых затрат - отражает характерное для экономической сложной адаптивной системы «эмерджентное свойство» – обратно-степенной закон распределения величин, характеризующих масштаб (размер) обновлений системы в результате крупных и мелких кризисов[43], что находит своё выражение в обратно-степенном законе распределения элементов a матрицы прямых затрат. Универсальность этого закона применительно к сложным адаптивным системам (САС) была доказана на множестве компьютерных моделей и фактических данных о поведении реальных САС. Теоретическое обоснование этого закона как универсального эмерджентного свойства САС - было дано в работах Pushnoi (2008; 2011; 2014).

Ниже приведён результат для распределения значений элементов a матрицы прямых материальных затрат для экономики США по данным на 2002 год для 69 отраслей[44].

Рисунок 26. Обратно-степенной закон распределения значений элементов матрицы прямых затрат для экономики США 2002 года по 69 отраслям[45].



---

[42] Состояние «самоорганизованной критичности» (“self-organized criticality”) - состояние САС, при котором процесс обновления системы происходит в виде лавинообразных изменений её структуры с обратно-степеным законом величин лавин обновления.

[43] На уровне всей системы или отдельных её частей.

[44] Данные были взяты из файла: http://www.bea.gov/industry/zip/summarytables2002.zip. Расчёт выполнен по данным на листе ‘NAICSUseSummary’ в пересчёте на 1 доллар выпуска отрасли. Детали расчёта и перечень выбранных отраслей приведены в **Дополнении III** данной статьи.

[45] Детали расчёта – в **Дополнении III** данной статьи.

Выбор других наборов отраслей приводит к зависимости того же типа – обратно-степенному закону распределения элементов матрицы прямых затрат.

Обработка данных для экономики США показывает, что экономика развивается в соответствии с общими законами развития САС. Численные значения показателя степенного убывания при этом будут зависеть от уровня агрегирования действительных отраслей в крупные группы, по которым имеются данные статистики. В силу универсальности закона обратно-степенного распределения для любых САС, одним из примеров которых является экономическая сложная адаптивная система, обратно-степенной закон распределения должен быть справедлив и для распределения элементов матриц прямых затрат любых достаточно крупных наборов реальных отраслей экономики. Проверить это сложно из-за отсутствия данных по отдельным отраслям[46]. Статистика даёт лишь данные по большим группам отраслей. Можно лишь убедиться, что распределения для разных наборов больших групп отраслей имеют близкие значения параметров распределения.

На **Рисунках 27 и 28** показано распределение значений элементов матрицы прямых затрат для первых 24 и последних 45 отраслей из списка отраслей, приведённого в **Дополнении III.** Хотя числовые значения параметров распределений незначительно отличаются, нет сомнений, что мы имеем одно и то же распределение, фиксируемое с помощью разных наборов групп отраслей (двух разных выборок). Матрица, распределение элементов которой показано на **Рисунке 27**, содержит элементы $\{a_{ik}\}$, где оба индекса $i;k=1;...;24$ нумеруют первые 24 отрасли из набора, приведённого в **Дополнении III**. Матрица, распределение элементов которой показано на **Рисунке 28**, содержит элементы $\{a_{ik}\}$, где оба индекса $i;k=25;...;69$ нумеруют последние 45 отраслей из набора, приведённого в **Дополнении III.** То есть, взяты две не пересекающиеся группы отраслей. И обе показывают почти идентичный закон распределения элементов по их величине.

Таким образом, представляется весьма вероятным, что закон распределения значений элементов матрицы прямых затрат, построенной для больших наборов разных групп отраслей, не зависит от выбора этого большого набора. Но это значит, что математические ожидания элементов матриц прямых затрат $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ тоже не будут зависеть от выбора набора отраслей, по которым строятся эти матрицы, и, значит, математические ожидания трёх выборок элементов, входящих в матрицы $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ будут равны[47].

$$M\left[A_{I;I}\right]=M\left[A_{I;II}\right]=M\left[A_{I;III}\right] \tag{346}$$

Вероятное выполнение равенств (346) основывается на универсальности закономерности, порождающей обратно-степенной закон распределения величин элементов матрицы прямых затрат. Разбивка всей матрицы прямых затрат на подматрицы $A_{I;I};A_{I;II};A_{I;III}$ не влияет на действие этого универсального общего закона, который работает одинаковым образом для всех

---

[46] Статистика даёт лишь данные по группам отраслей, близких по роду деятельности.

[47] Следует отметить, что для обратно-степенного распределения НЕПРЕРЫВНОЙ случайной величины не существует математического ожидания (интеграл расходится). Однако, поскольку речь идёт об экономике с очень большим, но КОНЕЧНЫМ числом отраслей, число элементов матрицы прямых материальных затрат будет конечно, и вычисление среднего значения сводится к вычислению среднего значения ДИСКРЕТНОЙ случайной величины: $M\left[A\right]=\frac{\sum_{i;k}a_{ik}}{N}$.

трёх групп отраслей, входящих в матрицы $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$. Универсальность действия этого общего закона должна приводить к тому, что, с ростом числа отраслей, средние значения элементов этих матриц должны становиться равными.

Рисунок 27. Обратно-степенной закон распределения значений элементов матрицы прямых затрат для экономики США по 24 отраслям[48].

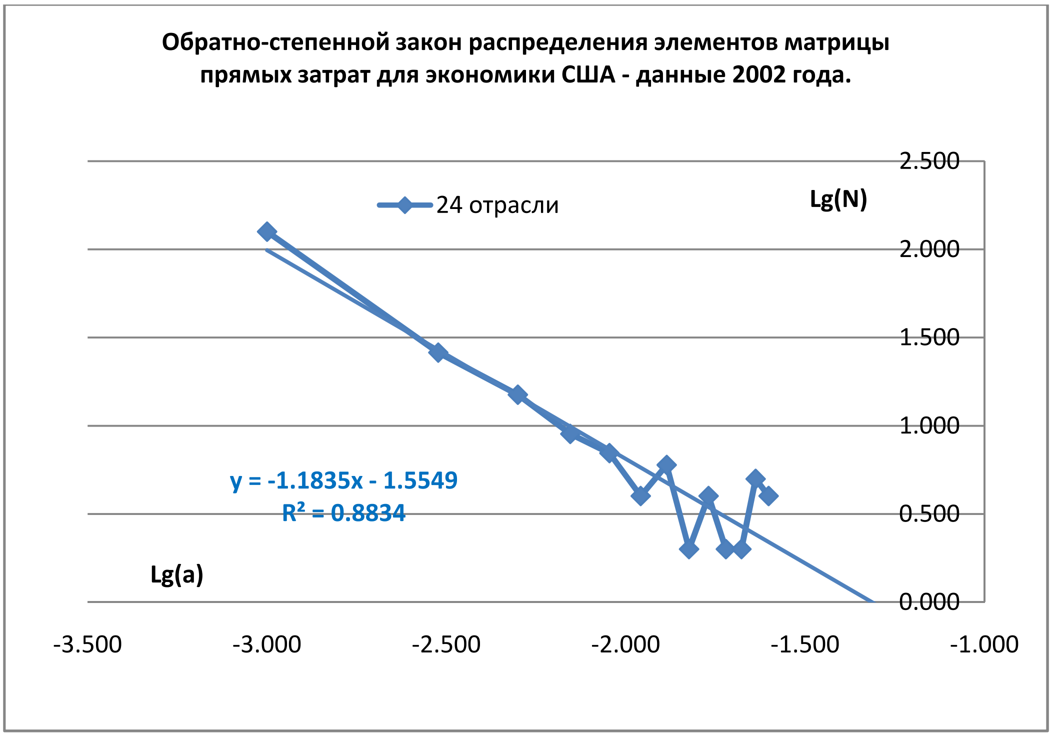
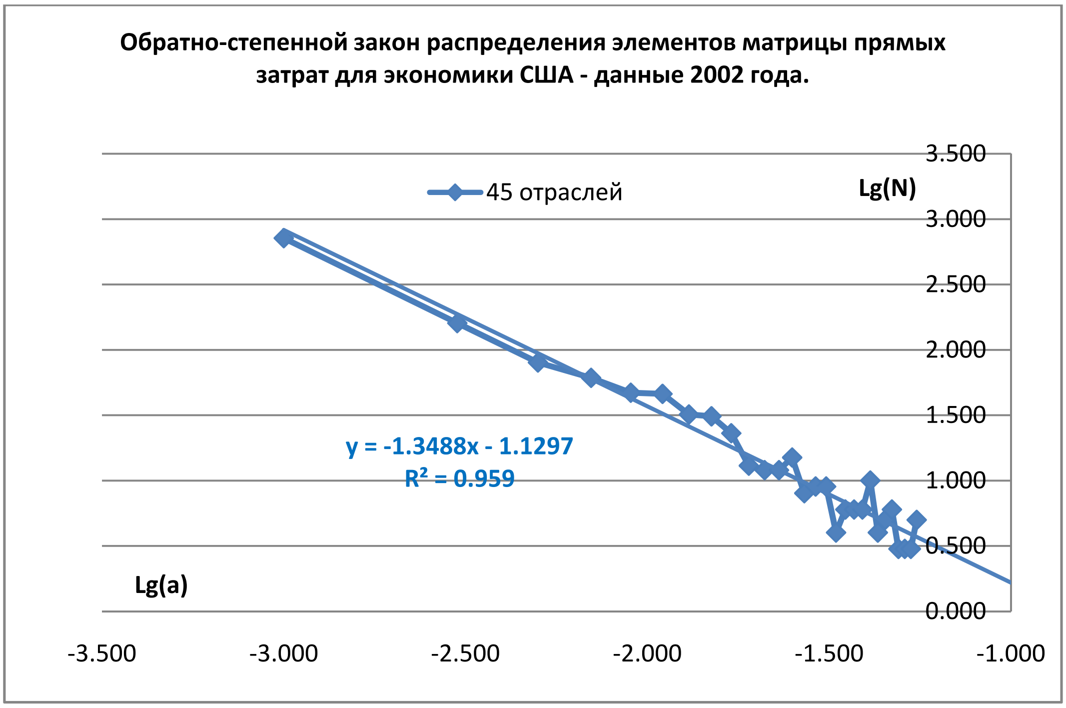


Рисунок 28. Обратно-степенной закон распределения значений элементов матрицы прямых затрат для экономики США по 45 отраслям[49].



[48] Детали расчёта – в Дополнении III данной статьи. Взяты первые 24 отрасли из приведённого там списка.
[49] Детали расчёта – в Дополнении III данной статьи. Взяты первые 24 отрасли из приведённого там списка.

Тем самым равенства (346), скорее всего, выполняются для реальных экономик с большим числом отраслей, так как такие большие системы развиваются по общим принципам сложных адаптивных систем (Pushnoi (2008; 2014)), один из которых – обратно-степенной закон распределения величин обновления системы, отражающийся в распределении элементов матрицы прямых затрат.

Для проверки этого утверждения по более обширным статистическим данным мы взяли два ряда статистических данных – для экономики США и Японии ('input-output tables'). Приведённые выше **Рисунки 26-28** иллюстрируют действие обратно-степенного закона для экономики США.

Рисунок 29 иллюстрирует действие этого закона для экономики Японии (2005 год)[50]. Были отобраны первые 90 отраслей. Данные таблицы прямых затрат ('Transactions valued at producers' prices') были пересчитаны на 1 иену валового выпуска продукции (делением на компоненты столбца 132 – 'Domestic Production (gross outputs)'). Полученная матрица размерности 90×90 была разбита на четыре блока (детали разбиения – в **Дополнении III**). Блоки-11 и 22 являются матрицами для двух не пересекающихся наборов индустрий (первые 45 и последние 45 отраслей списка отобранных индустрий). **Рисунки 30-31** показывают, что действие обратно-степенного закона слабо зависит от выбора набора индустрий – распределение (по величине) элементов матриц разных блоков почти идентично[51]. Более того, как видно из **Таблицы 21,** средние значения для разных блоков отличаются незначительно[52].

Полученные данные в целом подтверждают гипотезу об идентичности распределений элементов матрицы прямых затрат, вне зависимости от выбора набора отраслей. Сравнение данных для экономик США и Японии показывает, что параметры распределений также довольно близки. В **Таблице 22** собраны значения параметров обратно-степенных распределений рассчитанных на основе разных рядов данных для экономики США и Японии.

При анализе полученных результатов надо иметь в виду, что даваемые статистикой данные по индустриям на самом деле представляют суммирование данных по сотням и даже тысячам близких по роду деятельности отраслей, производящих отдельные виды товара. По этой причине, статистика даёт возможность проверить лишь само существование некоторой статистической закономерности – обратно-степенного закона распределения для разных выборок данных - и до некоторой степени, сопоставляя параметры распределения для разных наборов отраслей (выборок), убедиться в универсальности этой статистической закономерности. Точного совпадения параметров распределения и средних значений, найденных по данным для разных выборок, быть не может. Данные по Японии для разных блоков матрицы прямых затрат показывают, что среднее значение для матриц-блоков составляет: 0.00236 ± 0.00054 (среднее ± стандартное отклонение - по данным **Таблицы 21**). Относительная погрешность составляет 22.8%. Более точная проверка идентичности распределений для разных наборов отраслей требует более детализированных данных для матрицы прямых затрат – по меньшей мере, в разрезе нескольких тысяч отраслей. Но даже приведённые выше, весьма приближённые оценки ясно указывают на само существование общего статистического закона, вследствие которого истинные статистические распределения элементов разных блок-матриц, скорее всего, идентичны, а их истинные средние значения, вероятно, одинаковы. Если это действительно так, то условие (346) должно выполняться и для других выборок – в частности, и для блок-матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$.

[50] Данные были взяты из файла: http://www.stat.go.jp/english/data/io/2005/zuhyou/ioe05103.xls

[51] При построении распределения была взята ширина интервала распределения = 0.001.

[52] Средние значения были рассчитаны по первым 18 интервалам: от 0 до 0.018.

Таблица 21. Средние значения элементов матриц-блоков для экономики Японии (2005 год).

	Средние значения.
Блок-11	0.00211
Блок-12	0.00285
Блок-21	0.00172
Блок-22	0.00276

Рисунок 29. Обратно-степенной закон распределения значений элементов матрицы прямых затрат (90 отраслей) для экономики Японии (2005 год).

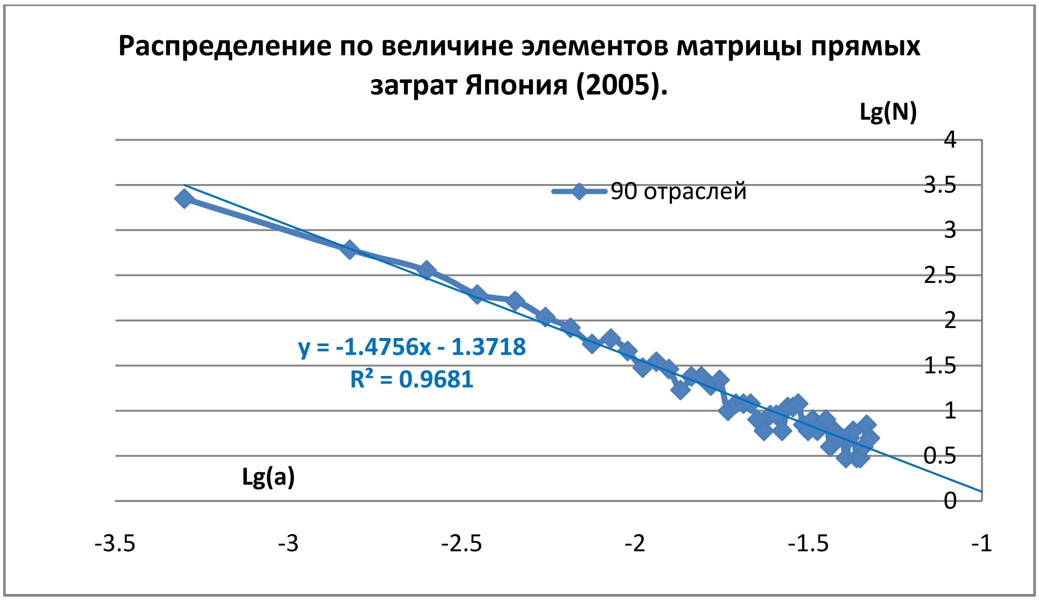


Рисунок 30. Обратно-степенной закон распределения значений элементов отдельных блоков матрицы прямых затрат (90 отраслей) для экономики Японии (2005 год).

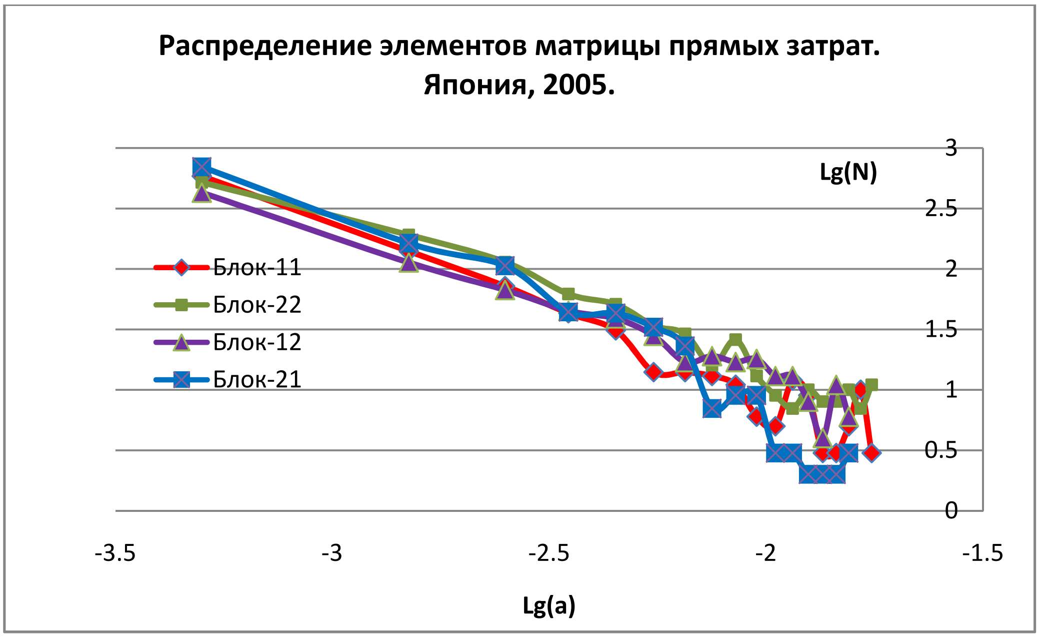


Рисунок 31. Обратно-степенной закон распределения значений элементов отдельных блоков матрицы прямых затрат (90 отраслей) для экономики Японии (2005 год). Линии тренда.

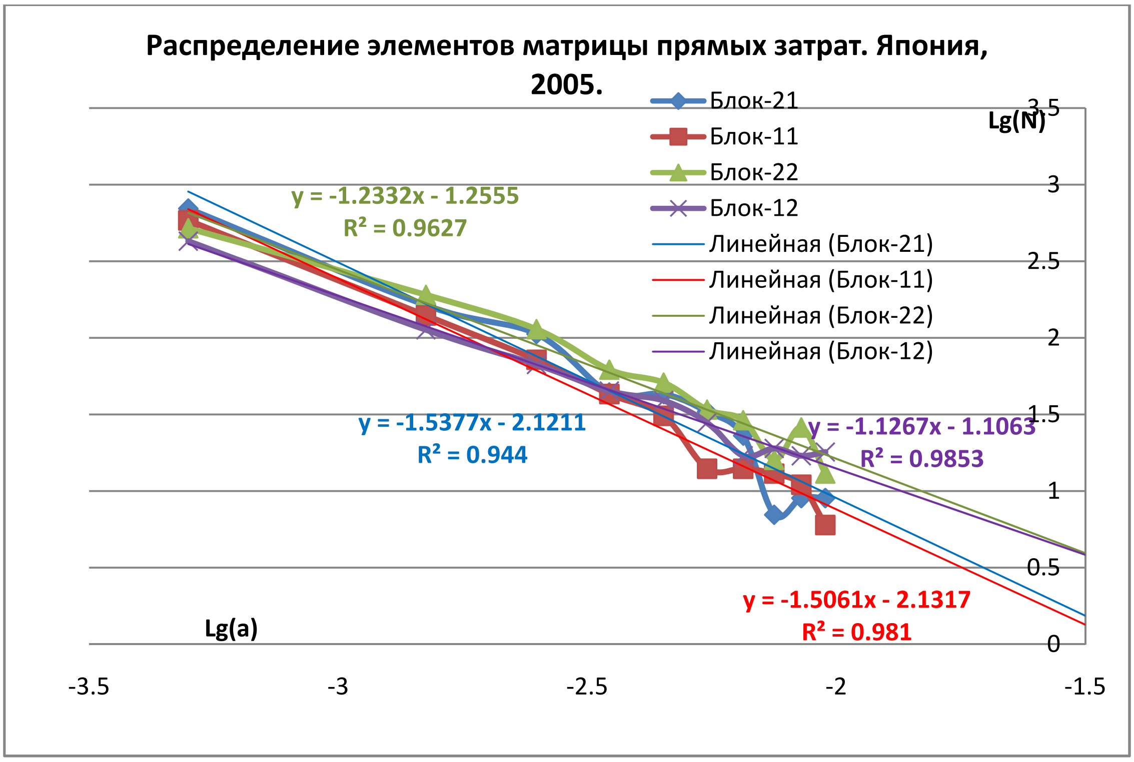


Таблица 22. Параметры обратно-степенного закона распределения (величины) элементов матрицы прямых затрат для экономики США и Японии.

Параметры распределений **Lg(N) = -n * Lg(a) + b**			
	Число отраслей	Параметр n	Параметр b
США 2002	69	1.3684	-1.2659
США 2002	45	1.3488	-1.1297
США 2002	24	1.1835	-1.5549
Япония 2005	90	1.4756	-1.3718
Япония 2005	Блок-11	1.5061	-2.1317
Япония 2005	Блок-12	1.1267	-1.1063
Япония 2005	Блок-21	1.5377	-2.1211
Япония 2005	Блок-22	1.2332	-1.2555

Рассмотрим теперь распределение элементов матриц $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$.

Для проверки выполнения равенств (347) рассмотрим специфицированный выбор матриц $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$. Для этого случая[53] имеем выражения:

$$A_{II;I} = \alpha \vec{X}_{II} \vec{l}_1; \qquad A_{II;II} = \alpha \vec{X}_{II} \vec{l}_2; \qquad A_{II;III} = \alpha \vec{X}_{II} \vec{l}_3 \qquad (356)$$

$$\alpha = \frac{1}{\vec{l}_1 \vec{X}_I + \vec{l}_2 \vec{X}_{II} + \vec{l}_3 \vec{X}_{III}} \qquad (357)$$

[53] «Специфицированный выбор» матриц $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$ более приближен к реальности, так как отражает свойство элементов этих матриц - выражать затраты живого труда на производство единицы продукта – смотри **главу XI** этой статьи.

Значения отдельных элементов этих матриц будут равны:

$$a_{ik}^{(II;I)} = \alpha \cdot X_i^{(II)} \cdot l_k^{(I)} \qquad (358)$$

$$a_{ik}^{(II;II)} = \alpha \cdot X_i^{(II)} \cdot l_k^{(II)} \qquad (359)$$

$$a_{ik}^{(II;III)} = \alpha \cdot X_i^{(II)} \cdot l_k^{(III)} \qquad (360)$$

Усредняя, получаем:

$$M\left[A_{II;I}\right] = \alpha \cdot M\left[X_{II}\right] \cdot M\left[l_I\right] \qquad (361)$$

$$M\left[A_{II;II}\right] = \alpha \cdot M\left[X_{II}\right] \cdot M\left[l_{II}\right] \qquad (362)$$

$$M\left[A_{II;III}\right] = \alpha \cdot M\left[X_{II}\right] \cdot M\left[l_{III}\right] \qquad (363)$$

Пусть (как мы предположили в **главе XI**) выполняется равенство:

$$M\left[l_I\right] = M\left[l_{II}\right] = M\left[l_{III}\right] \qquad (364)$$

Тогда имеем:

$$M\left[A_{II;I}\right] = M\left[A_{II;II}\right] = M\left[A_{II;III}\right] \qquad (365)$$

Если выполнены равенства (346) и (364) (в этом случае равенства (365) будут также выполняться), то обмен по стоимости будет тождественно совпадать с обменом по ценам производства (так как органические строения капиталов подразделений будут равны).

Согласно формулам (361)-(363), средние значения элементов этих матриц равны, если равны средние затраты труда на производство единицы продукта. В качестве показателя затрат труда на единицу продукции можно взять размер оплаты труда. В качестве единицы выпуска продукции возьмём опять выпуск продукции в одну денежную единицу. Тогда, разделив размер оплаты труда в индустриях на валовой выпуск продукции соответствующих индустрий, получим показатели количества труда на производство единицы продукта.

Были взяты два массива данных: 1) США 1998-2006 (45 отраслей), 2) Япония 1998-2006 (два массива: 100 и 83 отрасли). Источники данных, алгоритмы для отбора отраслей и расчёта функции распределения описаны в **Дополнении III.** Расчёт показывает, что показатель оплаты труда в расчёте на единицу продукта с хорошей точностью описывается нормальным законом распределения. Средние значения приведены в **Таблице 23.**

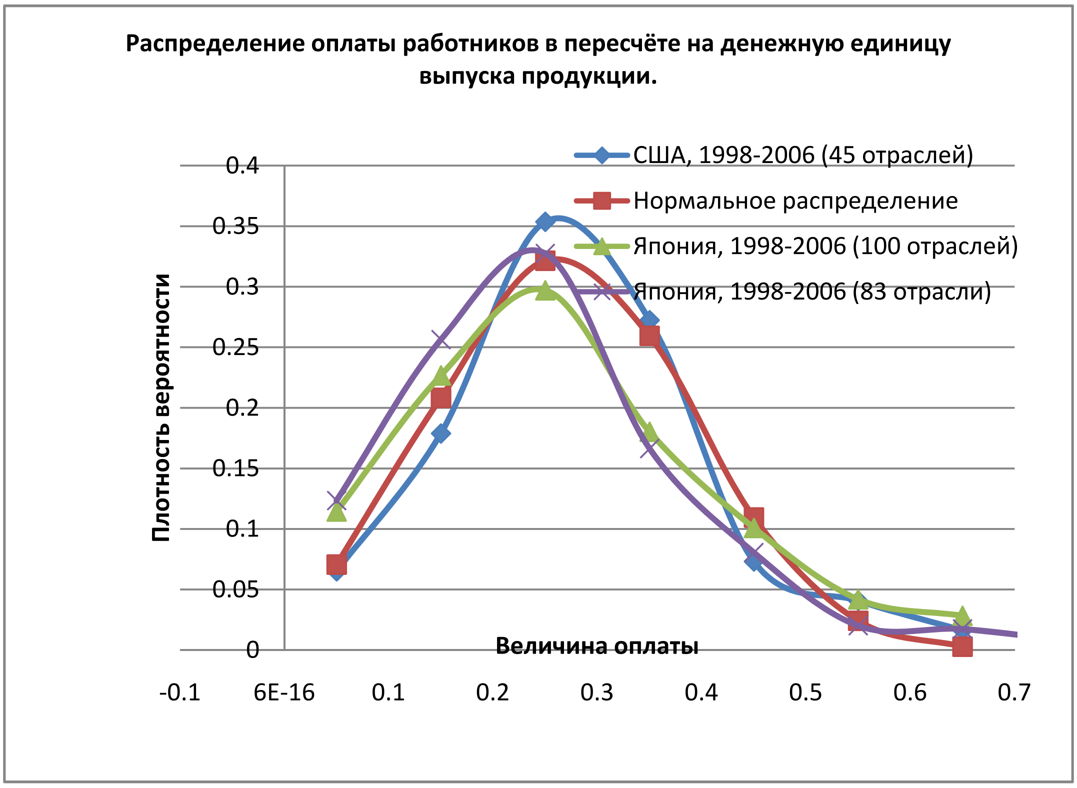
Таблица 23. Средние значения оплаты труда на единицу продукта.

	Среднее значение оплаты труда на единицу продукта
США (45 отраслей)	0.2797
Япония (100 отраслей)	0.2717
Япония (83 отрасли)	0.2495

На **Рисунке 32** показаны функции распределения. Замечательно, что средние значения почти равны, хотя взяты разные страны. Среднее значение оплаты труда в расчёте на единицу продукта и стандартное отклонение (по данным **Таблицы 23)** равны: 0.267 ± 0.016. Относительное отклонение составляет 5,9%.

Таким образом, статистические данные указывают на то, что средние значения элементов матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$, вероятно, мало различаются (почти равны). То же самое можно сказать и про средние значения элементов матриц $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$, которые равны, если при этом равны средние значения прямых затрат труда на единицу продукции. Полагая, что оплата труда пропорциональна затратам труда, расчёт, выполненный в этом приближении, показывает, что средние значения оплаты труда (а значит и средние значения элементов матриц $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$) также мало различаются (почти равны).

Рисунок 32. Функции распределения оплаты труда в расчёте на единицу выпуска продукции.



Конечно, на основе этих данных преждевременно делать какие-то окончательные выводы, однако нельзя отрицать и тот факт, что, по крайней мере, эти данные свидетельствуют в пользу равенства средних значений для выборок, составленных из элементов матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$, а также средних значений для выборок, составленных из элементов матриц $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$. Если эта гипотеза верна в общем случае[54], то проблема трансформирования находит своё решение. Если средние значения указанных матриц равны, то органические строения всех подразделений Модели-1 будут равны, и стоимости продукции этих подразделений будут совпадать с их ценами производства. Универсальные законы больших систем в данном случае являются тем механизмом, который выравнивает стоимости и цены производства у продукции каждого подразделения Модели-1. В итоге, стоимость и цена производства продукции подразделений становятся равны, а проблема трансформирования тем самым снимается действием статистических закономерностей в больших системах, примером которой является рыночная экономика капиталистического типа.

[54] Требуется большая работа по статистической проверке данной гипотезы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Основные результаты этой статьи:

1) Показано, что постановка Владислава Борткевича задачи трансформирования, в которой предполагается выполнение равенств: (I) $x_1 = x_2 = x_3$ для индексов изменения цен на средства производства и равенств: (II) $y_1 = y_2 = y_3$ для индексов изменения цен на предметы потребления при трансформировании обмена по стоимости в обмен по ценам производства, - является нереалистичной, если рассматривать экономику с конечным числом отраслей. Для экономики с конечным числом отраслей эти равенства можно обеспечить, лишь предположив, что вектора средства производства и предметов потребления, поглощаемые в течение года каждым подразделением, пропорциональны векторам выпуска средств производства и предметов потребления соответственно. Как показывают наши расчёты по решению задачи трансформирования в матричной постановке (часть II этой статьи) равенства (I)-(II) Владислава Борткевича выполняются также в предельном случае экономики с бесконечно большим числом отраслей.
2) Приведено доказательство того, что в модели Борткевича задача трансформирования имеет реалистичное решение тогда и только тогда, когда матрица общественного воспроизводства в ценах производства симметрична. Условия симметрии этой матрицы, таким образом, являются необходимым и достаточным условием существования реалистичного решения задачи трансформирования в постановке Владислава Борткевича.
3) Рассмотрена матричная постановка задачи трансформирования и приведена процедура перехода к форме Модели-1 с тремя подразделениями. Расчёты для матричной постановки задачи трансформирования выполнены в программе Mathematica 8.1. Элементы матриц и произвольно задаваемых векторов выбирались как случайные величины с равномерным распределением. Анализ данных, полученных в результате расчетов, позволяет сделать ряд выводов.

Вывод первый. С ростом числа отраслей условия Борткевича $x_1 = x_2 = x_3$ и $y_1 = y_2 = y_3$ выполняются всё более точно, так что в пределе бесконечно большого числа отраслей можно ожидать точного выполнения этих условий. Таким образом, постановка задачи трансформирования у Борткевича соответствует предельному случаю экономики с бесконечно большим числом отраслей.

Вывод второй. Если константы случайных равномерных распределений для элементов матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$ одинаковы, и если одинаковы также константы равномерных распределений значений элементов матриц $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$, описывающих потребление рабочих в расчёте на труд по производству единицы продукции[55], то с ростом числа отраслей, матрицы общественного воспроизводства в стоимостях и ценах производства (в модели трёх подразделений) стремятся стать симметричными, а органические строения подразделений (стоимостные и в ценах производства) выравниваются. При этом отклонение цен производства от стоимости **для выпусков каждого подразделения** уменьшается с ростом числа отраслей, и можно ожидать, что в предельном случае бесконечно большого числа отраслей мы придём к ситуации, когда стоимости и цены производства этих выпусков будут равны и будут также равны

[55] При этом константа равномерного распределения элементов матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$ может отличаться от константы равномерного распределения элементов матриц $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$.

органические строения всех трёх подразделений в стоимостях и в ценах производства. То есть, в этом случае матрицы общественного воспроизводства в стоимостях и в ценах производства в модели-1 экономики с тремя подразделениями будут совпадать, и никакой трансформации стоимостей в цены производства не нужно, так как стоимости и цены производства этих выпусков будут равны.

Вывод третий. Если рассматривать задачу трансформирования, специфицировав матрицы $A_{II;I}; A_{II;II}; A_{II;III}$ так, чтобы их вектора-столбцы были пропорциональны вектору выпуска второго подразделения (математически это означает, что реальная оплата труда рабочих состоит из наборов, структура которых одинакова у рабочих разных подразделений и эта структура совпадает со структурой выпуска предметов потребления), то расчеты показывают, что в этом случае при выборе одинаковых констант случайного равномерного распределения элементов матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$, в модели-1 трёх подразделений, с ростом числа отраслей растёт уровень симметрии обеих матрицы общественного воспроизводства (в стоимостях и в ценах производства). Если же эти константы выбрать произвольным случайным образом, сохраняя при этом соотношение этих констант фиксированным для случаев с разным числом отраслей, то, с ростом числа отраслей, отчётливой зависимости уровня асимметрии от числа отраслей мы не нашли.

Полученные результаты в рамках матричной постановки задачи трансформирования являются предварительными. Необходим статистический анализ полученных формул и значительно больший вычислительный материал для экономик с большим числом отраслей и с разными законами распределения элементов матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$. С ростом числа отраслей растёт время вычислений и объём необходимой для вычислений памяти, в связи с чем более детальное исследование возможных решений задачи трансформирования в матричной постановке требует расчётов на больших ЭВМ с большими запасами памяти и высоким быстродействием[56].

Предварительная статистическая проверка по данным США и Японии показывает, что весьма вероятно выполнение условий, при которых стоимость и цена производства продукции каждого подразделения Модели-1 окажутся равны. Этими условиями являются равенство средних значений элементов блок-матриц $A_{I;I}; A_{I;II}; A_{I;III}$ и равенство средних значений компонент трёх векторов прямых затрат труда на производство единицы продукта разных подразделений.

$$M\left[A_{I;I}\right] = M\left[A_{I;II}\right] = M\left[A_{I;III}\right] \qquad (347)$$

$$M\left[l_I\right] = M\left[l_{II}\right] = M\left[l_{III}\right] \qquad (354)$$

Статистические законы, действующие внутри больших систем (сложных адаптивных систем), распределяют затраты труда на производство единицы продукта и значения элементов матрицы прямых затрат таким образом, что эти условия приближённо (с хорошей точностью) выполняются и, как следствие, стоимость и цена производства всей продукции каждого из трёх подразделений становятся почти равными. Конечно, результат этот предварительный, и требуется дополнительная проверка на большом массиве данных с гораздо более детальной разбивкой по отраслям, чтобы либо окончательно подтвердить, либо опровергнуть этот вывод. Если всё же данные условия выполняются, то существующая больше ста лет проблема трансформирования снимается действием статистических законов, благодаря которым происходит выравнивание средних значений в формулах (347), (354).

[56] На практике уже для случая 5000 отраслей программа запрашивает дополнительную память и расчёт прерывается.

В данном случае находит своё статистическое подтверждение мысль, высказанная Марксом в главе 9 третьего тома «Капитала»:

«Всё это разрешается, однако, благодаря тому, что в один товар прибавочной стоимости входит на столько больше, на сколько её недостаёт в другом, а следовательно, отклонения от стоимости, заключающиеся в ценах производства товаров, взаимно уничтожаются. Вообще при капиталистическом производстве общие законы осуществляются весьма запутанным и приблизительным образом, лишь как господствующая тенденция, как некоторая никогда твёрдо не устанавливающаяся средняя постоянных колебаний» (К. Маркс, том III, глава 9).

Отклонения цен производства от стоимостей для продукции каждого из трёх подразделений (как показывает проведённый нами статистический анализ для экономик США и Японии), **действительно уничтожаются с ростом числа отраслей** и, как следствие, приведение реальной экономики к форме Модели-1 с тремя подразделениями даёт нам Модель-1, в которой органические строения капиталов всех трёх подразделений (выраженные в стоимостях либо в ценах производства) одинаковы, а стоимости продукции этих подразделений равны ценам производства. Если этот вывод в будущем подтвердится другими статистическими данными для разных стран и для разных периодов, можно будет сделать фундаментально важный вывод: проблема трансформирования имеет решение. Трансформирование оказывается возможно, потому что экономика является большой сложной адаптивной системой, в которой действуют универсальные статистические закономерности. Благодаря действию этих статистических законов больших систем, устанавливается такое рапределение выпусков, цен, затрат живого труда и значений элементов матрицы прямых материальных затрат, что при вычислении элементов матрицы общественного воспроизводства в ценах производства эти элементы принимают такие значения, что стоимость и цена производства продукции каждого подразделения оказываются почти равны. Если все эти выводы подтвердятся в будущем детальной проверкой на большом массиве статистических данных, то это будет означать, что никакого изменения цен в Модели-1 реальной экономики не происходит при трансформировании стоимостей в цены производства. Хотя цены на отдельные виды товара при трансформировании меняются, стоимость и цена производства ВСЕЙ продукции каждого из трёх подразделений при этом остаются одинаковыми. В этом случае (если окажется, что цена производства и стоимость продукции каждого подоазделения Модели-1 одинаковы) числовой пример Маркса из главы XX второго тома «Капитала» следует рассматривать как гениальное предвидение фактических соотношений между стоимостью и ценой производства продукции разных подразделений Модели-1 реальной экономики. Равенство органических строений капиталов разных подразделений в этой Модели, предположенное Марксом, скорее всего, лишь для упрощения анализа процесса реализации общественного продукта, в этом случае становится теоретическим отражением фактических закономерностей, а полученные Марксом в ходе теоретического анализа выводы приобретают общее значение. В частности, в этом случае, «нетривиальные условия баланса», которые выполняются в числовом примере Маркса, также приобретают характер общей закономерности, а значит, и вытекающая из них симметрия матрицы воспроизводства в Модели-1 также становится общим свойством реальной экономики, приведённой у форме Модели-1.

ДОПОЛНЕНИЕ I.

Тексты программ в пакете “Mathematica 8.1”.

Программы собраны в архиве ‘MathArxive’. Были составлены два типа программ:

Program-1: расчёт идёт по алгоритму, описанному в главе IX и

Program-2: расчёт по алгоритму, описанному в главе XI.

Эти программы собраны в папках архива ‘Program-1’ и ‘Program-2’. Каждая программа использовалась многократно при введении разных начальных данных, которые генерировались с помощью программ InData1 и InData2. Названия расчётных программ с определёнными начальными данными приведены в Excel-приложении к статье на листе ‘MatrixExamplesMathematica’. Лист ‘Statistics’ в этой Excel-книге содержит результаты выполнения этих программ. Там же приведены графики, которые иллюстрируют основные закономерности, выявленные в результате расчётов.

В папке ‘Program-2’ есть два типа программ. Программы, содержащие в названии сочетание ‘big’, не требуют ручного введения начальных данных. В них встроен блок генерирования начальных данных. Поэтому при каждой прогонке будет генерироваться ноавый массив исходных данных. Программы, не содержащие в названии сочетания ‘big’, требуют предварительного генерирования начальных данных и внесения их в программу. Программа InData2 генерирует исходные данные для программ-2.

В конце всех программ кроме программ, содержащих в названии слово ‘big’ встроен блок расчёта матрицы средних значений и вычисления относительного отклонения элементов этой матрицы от соответствующих элементов матрицы в ценах произхводства. Результаты собраны на листе ‘Statistics’ Excel-приложения к данной статье, начиная с ячейки N393.

ДОПОЛНЕНИЕ II.

Ответ на критику в статье Калюжный (2014).

Появлению критической статьи Калюжный (2014) предшествовал длительный период дискуссий с её автором на Форуме «Социнтегрум»[57]. Автор критической статьи[58] - Валерий Васильевич Калюжный – выдвигает несколько критических аргументов в отношении статьи Пушной (2011), которые мы подробно рассмотрим ниже. Хотя на большую часть критических возражений был в своё время дан ответ на станицах Форума, мы посчитали полезным привести здесь ещё раз некоторые пояснения, которые могут быть полезны вдумчивому читателю, стремящемуся глубже понять структуру материала и логику изложения той статьи.

ПЕРВЫЙ КРИТИЧЕСКИЙ АРГУМЕНТ. Автор критики указывает на логическую непоследовательность нашего выбора условия существования решения задачи трансформирования - в виде условия симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства. Непоследовательность эту автор критики видит в том, что условие существования решения следовало бы формулировать через особенности строения **стоимостной** матрицы общественного производства, которая логически предшествует матрице в ценах производства, образующейся в результате трансформирования.

«…согласно концепции Г.С. Пушного, Л. фон Борткевич для трансформации стоимости в цену производства должен был бы взять такую числовую Модель-1 в стоимости, трансформация которой в цены производства непременно должна была бы придавать симметричный вид матрице входящих потоков (в ценах производства). Правда, ***Г.С. Пушной забывает показать, каким критериям должна соответствовать Модель-1 в стоимости, чтобы ее матрица непременно трансформировалась в симметричную матрицу»*** *(Калюжный (2014), стр. 9).*

*«**В статье Г.С. Пушного нарушена логическая последовательность трансформационных преобразований.** Как должен был бы действовать автор?*

Во-первых, он должен был бы взять модель простого воспроизводства с отраслями, где имеет место дифференцированное строение капитала, и показать, что в общем случае выполняется только один постулат К. Маркса из двух. Во-вторых, он должен был бы показать, что одно единственное решение существует, если строение капитала третьей отрасли (производство предметов роскоши) совпадает со средним строением общественного капитала $C_3 / V_3 = C / V$ *. Подобное совпадение — из разряда курьезов. Его можно предполагать, но утверждать, что так может быть на практике — это не серьезно. Ссылка на то, что подобное равенство выполняется в трехсекторной модели К. Маркса, бьет мимо цели, так как в этой модели органическое строение всех отраслей равно друг другу» (Калюжный (2014), стр. 11-12).*

Автор критической статьи, мягко говоря, вводит читателя в заблуждение, когда пишет, что «*Г.С. Пушной забывает показать, каким критериям должна соответствовать Модель-1 в стоимости, чтобы ее матрица непременно трансформировалась в симметричную матрицу».*

Приведём выдержку из статьи Пушной (2011). На страницах 15-18 рассматривается «Случай 2», когда равновесные цены в Модели-1 равны ценам производства. Рассмотрено

---

[57] Смотри материалы темы «Проблема трансформирования стоимостей в цены производства», начиная с августа 2011 года: http://www.socintegrum.ru/forum/viewtopic.php?f=19&t=38&start=795

[58] А также активный постоянный участник Форума «Социнтегрум».

решение системы (A’’) нетривиальных условий баланса в равновесных ценах, которые в этом случае совпадают с ценами производства.

«(A”1) $C_2 x = V_1 y$

(A”2) $C_3 x = r \cdot (C_1 x + V_1 y) \ \ (= M_1 z)$

(A”3) $V_3 y = r \cdot (C_2 x + V_2 y) \ \ (= M_2 z)$

(A”4) $M_3 z = r \cdot (C_3 x + V_3 y)$

«Соответствующая нетривиальным условиям баланса (A”) матрица [общественного воспроизводства в ценах производства – Г.С.] (будем называть её матрицей входящих потоков) изображена в Таблице 4. Отметим, что, если выполнены нетривиальные условиям баланса, то матрица входящих потоков простого воспроизводства, выраженная в равновесных ценах, при любом векторе равновесных цен должна быть симметричной[8]» (Пушной (2011), стр. 15)

В примечании **8** сказано:

*«Смотри **Дополнение III**, где приводятся расчёты, указывающие на то, что проблема трансформирования имеет решение в модели-1 только для случая симметричной матрицы входящих потоков».*

И дальше читаем следующее:

«Система (A”) совместна, если выполнено условие:

$$k = \frac{C}{V} = \frac{C_1 + C_2}{V_1 + V_2} = \frac{C_3}{V_3} = k_3 \qquad (23)»$$

Равенства (23) нашей статьи – это условия совместности системы уравнений (A’’).

Система (A”) состоит из шести уравнений для четырёх неизвестных $(x; y; z; r)$:

(A”1) $C_2 x = V_1 y$

(A”2) $C_3 x = r \cdot (C_1 x + V_1 y)$

(A”3) $V_3 y = r \cdot (C_2 x + V_2 y)$

(A”4) $M_3 z = r \cdot (C_3 x + V_3 y)$

(A”2-1) $C_3 x = M_1 z$

(A”3-1) $V_3 y = M_2 z$

Необходимо наложить два условия совместности для того чтобы эта система уравнений имела решение. Равенства (23) как раз и выражают одно из условий совместности в удобном для исследования свойств решения виде. Разделив первые три уравнения на y придём к трём уравнениям для двух неизвестных $t = \frac{x}{y}$ и r. Выражая двумя способами r из этих трёх уравнений, получим:

ПЕРВОЕ УСЛОВИЕ СОВМЕСТНОСТИ СИСТЕМЫ (А”):

$$r = \frac{V_3}{V_1 + V_2} = \frac{C_3}{C_1 + C_2}$$

Из этого условия следуют равенства (23) нашей статьи. Второе условие совместности можно вывести, разделив на z все шесть уравнений (А”):

(А”1) $C_2 \tilde{x} = V_1 \tilde{y}$

(А”2) $C_3 \tilde{x} = r \cdot \left(C_1 \tilde{x} + V_1 \tilde{y} \right)$

(А”3) $V_3 \tilde{y} = r \cdot \left(C_2 \tilde{x} + V_2 \tilde{y} \right)$

(А”4) $M_3 = r \cdot \left(C_3 \tilde{x} + V_3 \tilde{y} \right)$

(А”2-1) $C_3 \tilde{x} = M_1$

(А”3-1) $V_3 \tilde{y} = M_2$

Здесь приняты обозначения: $\tilde{x} = \frac{x}{z}$; $\tilde{y} = \frac{y}{z}$.

Подставив два последних уравнения в (А”4), получим:

ВТОРОЕ УСЛОВИЕ СОВМЕСТНОСТИ СИСТЕМЫ (А”):

$$r = \frac{M_3}{M_1 + M_2} = \frac{C_3}{C_1 + C_2}$$

Вообще эти два условия совместности можно записать разными способами. Для наших целей удобнее всего выбрать одно из условий совместности в форме равенств (23). При этом из любого равенства в (23) вытекает другое равенство в (23). Например, если $\frac{C_1 + C_2}{V_1 + V_2} = \frac{C_3}{V_3}$, то выполняется также $\frac{C}{V} = \frac{C_3}{V_3}$.

Отметим, что условие совместности (23) нашей статьи формулируется в стоимостях, а не в ценах производства. **Равенства (23) означают, что стоимостное органическое строение третьего подразделения равно среднему стоимостному органическому строению первых двух подразделений и равно среднему стоимостному органическому строению во всей экономике.** Только если эти равенства для органических стоимостных строений выполнены, система уравнений (А”) условий нетривиального баланса имеет решение. Таким образом, в нашей статье сформулированы в явном виде те условия стоимостной матрицы, при которых система (А”), описывающая процесс трансформирования стоимостной матрицы к симметричной матрице в ценах производства, имеет решение. Указанные в формуле (23) нашей статьи равенства органических строений необходимы для решения задачи трансформирования, так как эти равенства выражают условия совместности системы уравнений (А”). Утверждение автора критической статьи, что «*Г.С. Пушной забывает показать, каким критериям должна соответствовать Модель-1 в стоимости, чтобы ее матрица непременно трансформировалась в симметричную матрицу»,* как ясно из вышесказанного, ошибочно. Автор критической статьи либо невнимательно читал нашу статью, либо вводит своих читателей в заблуждение. Более того, мы не просто указали на свойства стоимостной матрицы, дающей решение задачи трансформирования в Модели-1. Мы даже привели общий структурный вид стоимостной матрицы, при которой возможно решение проблемы трансформирования – Таблица 6 на странице 17. В этой таблице дано представление стоимостной матрицы в форме “labor commanded” – разложение стоимости потребляемого каждым подразделением продукта на три части: потребляемые средства производства, потребляемые предметы потребления, потребляемые предметы роскоши. Чтобы перейти к стоимостной матрице в форме “labor cost” достаточно, сохранив неизменными выражения для стоимости постоянного и переменного капитала, пересчитать прибавочную стоимость, умножив переменный капитал каждого подразделения на среднюю по всей экономике норму прибавочной стоимости. Все структурные свойства и значения первых двух столбцов не меняются при переходе от матрицы в форме “labor commanded” к матрице в форме “labor cost”. Меняется лишь третий столбец Таблицы 6. В книге Excel – приложении к критикуемой статье – на листе ‘SP’ дан числовой пример, в котором все элементы стоимостных матриц находятся по формулам Таблицы 6. Там же приведена и стоимостная матрица в форме “labor cost”, выражающая разложение затрат труда (прошлого и присоединённого) на составные части. Выражение для нормы прибавочной стоимости в экономике даётся формулой (30). Если перейти к форме “labor cost” для стоимостной матрицы, она примет следующий вид:

Таблица S1. Стоимостная матрица в форме “labor cost”, при которой существует решение проблемы трансформирования.

$$\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} \qquad C \qquad & \qquad\qquad V \qquad\qquad & \qquad\qquad M \qquad\qquad \end{array} \\
\begin{array}{c} I \\[3ex] II \\[3ex] III \\[3ex] \Sigma \end{array} &
\begin{pmatrix}
(1-b)aC; & \dfrac{k(1-b)\left[1-a(1-b)\right]C}{k+b} & \dfrac{b(1+k)\left[1-a(1-b)\right]C}{k+b} \\
(1-b)(1-a)C; & \dfrac{k(1-b)\left[1-(1-a)(1-b)\right]C}{k+b}; & \dfrac{b(1+k)\left[1-(1-a)(1-b)\right]C}{k+b} \\
bC; & kbC; & \dfrac{b^2(1+k)C}{1-b} \\
C & kC & \dfrac{b(1+k)C}{1-b}
\end{pmatrix}
\end{array}$$

Здесь k, как это ясно из данной таблицы и Таблицы 6 нашей статье, есть обратное органическое стоимостное строение. Нетрудно доказать, что, если выполняются равенства (23) нашей статьи, то стоимостная матрица может иметь только такой вид. Таким образом, в нашей статье были не только чётко сформулированы условия для органических стоимостных строений, при которых решение задачи трансформирования в Модели-1 существует (формула (23) критикуемой статьи). Впервые[59] в этой статье был приведён общий структурный вид стоимостной матрицы в форме “labor commanded” (Таблица 6 критикуемой статьи) при которой существует решение задачи трансформирования и дано выражение нормы прибавочной стоимости (формула (30) критикуемой статьи), позволяющее легко перейти к стоимостной матрице в форме “labor cost”. К сожалению, автор критической статьи либо «проглядел» все эти формулы и пояснения к ним, либо не смог в них разобраться.

[59] Нам не удалось найти в литературе точное математическое описание полной структуры стоимостной матрицы (в формах “labor cost” и “labor commanded”), дающее решение задачи трансформирования.

Что касается логической непоследовательности, то автор критики, видимо, не понимает того, что условие существования решения математической задачи можно выразить множеством математически эквивалентных способов. Его утверждение, что «*в общем случае выполняется только один постулат К. Маркса из двух*» верно, но статья посвящена другой задаче – не демонстрации отсутствия решения задачи «в общем случае», а выяснению тех условий, при которых решение всё же существует. При всех других условиях решение не существует – это прямой логический вывод. Непонятно зачем автор критики призывает нас рассматривать эти другие условия (иные структуры стоимостных матриц), при которых выполняется лишь одно правило трансформирования и решения нет. Ведь статья посвящена поиску общего РЕШЕНИЯ (а не НЕ-РЕШЕНИЯ) задачи трансформирования. Результат статьи – чёткая математическая формулировка этого решения в общем виде: алгебраическое описание структуры стоимостных матриц, при которых такое решение существует, включая и два условия для стоимостных органических строений (формула (23) статьи). При всех других стоимостных матрицах решение отсутствует – выполняется лишь одно правило трансформирования. Это – прямое следствие формальной логики. Наконец, приведём фрагмент нашей статьи, где объясняется, что решение задачи существует лишь при определённых структурах стоимостной матрицы. А при всех других структурах решения нет.

«Решение проблемы трансформирования в рамках моделей -1 и 2 всегда существует, если выполняются нетривиальные условия баланса Маркса, но вследствие наложения этих условий, ***структура стоимостной матрицы должна быть специфицирована ограничениями (23) для модели-1 и (137) для модели-2. Следовательно, при выборе произвольной стоимостной структуры, удовлетворяющей лишь условиям тривиального баланса, в рамках моделей-1 и 2 решения нет»*** *(Пушной (2011), стр. 72).*

Тем самым, данный критический аргумент «*бьёт мимо цели*».

ВТОРОЙ КРИТИЧЕСКИЙ АРГУМЕНТ автора критической статьи состоит в том, что в нашей статье не была **специально** подчёркнута математическая равносильность условий симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства и условия равенства органического стоимостного органического строения третьего подразделения со средним органическим стоимостным строением.

*«…**причиной выполнения двух постулатов инвариантности в данном случае является не симметричность матрицы в условиях цен производства, как полагает С.Г.(?) Пушной, а совпадение строения капитала третьего подразделения со средним строением общественного капитала…***

…достаточно взять сбалансированную трехсекторную стоимостную модель простого воспроизводства, в которой строение капитала в третьем подразделении совпадает со средним строением общественного капитала, чтобы получить методом Л. фон Борткевича решение, в котором выполняются два постулата инвариантности Маркса. Легко заметить, что ***в результате подобной процедуры при переходе к ценам производства в Модели-1 автоматически образуется симметричная матрица входящих потоков»*** *(Калюжный (2014), стр. 11).*

Второй аргумент, очевидно, несостоятелен, так как формула (23) нашей статьи описывает именно те самые условия для стоимостных органических строений, без выполнения которых нет решения задачи трансформирования. Мы не просто формулируем эти условия, но и указываем, что они являются условиями совместности системы уравнений для условий нетривиального баланса. Эти условия нетривиального баланса (система уравнений (А”)) математически эквивалентны условиям симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства и лишь при выполнении этих условий существует решение задачи трансформирования в Модели-1.

Решение проблемы трансформирования в Модели-1 в постановке Владислава Борткевича существует тогда и только тогда, когда матрица общественного воспроизводства в ценах производства симметрична. Этот результат нами доказан математически (см. глава II данной статьи). Симметрия этой матрицы есть необходимое и достаточное условие для существования решения в данной модели и данной постановке задачи. Симметрия матрицы математически эквивалентна системе уравнений (A”), а решение этой системы существует лишь при условии выполнения известных соотношений между стоимостными органическими строениями – формула (23). Таким образом, с математической точки зрения, условие существования решения задачи трансформирования в Модели-1 можно сформулировать РАЗНЫМИ математически эквивалентными способами: и через симметрию матрицы в ценах производства, и через систему уравнений для условий нетривиального баланса (A”) и через соотношения (23) для стоимостных органических строений. Автору критики кажется, что только ОДНА формулировка (через органические стоимостные строения) является ПРИЧИНОЙ всех других формулировок, но это не так. Можно, исходя из уравнений (A”), получить соотношения (23) для органических стоимостных строений и вывести структурный вид для стоимостной матрицы (Таблица 6 нашей статьи), как это было сделано в нашей статье и на этом основании сказать, что нетривиальные условия баланса (уравнения (A”)) являются причиной известных соотношений между стоимостными органическими строениями. Однако это будет ошибочное толкование, так как с тем же успехом можно, исходя из формул (23) для органических стоимостных строений, получить после трансформирования симметричную матрицу в ценах производства и соответствующие ей уравнения (A”). Речь идёт не о причинно-следственной связи, а об эквивалентности разных математических формулировок для условия существования решения в задаче трансформирования внутри Модели-1.

Индексы изменения цен при трансформировании находятся через коэффициенты стоимостной матрицы (Таблица 16 этой статьи) по формулам:

$$z = 1 \tag{S1}$$

$$x = \frac{M_1}{C_3} \tag{S2}$$

$$y = \frac{M_2}{V_3} \tag{S3}$$

Это приводит к формулам (35) и (37) нашей статьи. Но формулы (S1)-(S3) есть не что иное, как уравнения (A”) для нетривиальных условий баланса при наложении на вектор цен производства условия нормировки (S1). Нормировка вектора цен условием (S1) обеспечивает выполнение одного из правил трансформирования (равенство совокупной прибыли и совокупной прибавочной стоимости). Таким образом, имеем следующую цепочку математически эквивалентных утверждений:

$$\boxed{\begin{array}{ccc} (1)\ k_3 = k & \Leftrightarrow & (2)\ \text{Спецификация структуры стоимостной матрицы} \\ \Updownarrow & & \Updownarrow \\ \begin{array}{l}(3)\ \text{Выполнение} \\ \text{уравнений (A'')}\end{array} & \Leftrightarrow & (4)\ \text{Симметрия матрицы в ценах производства} \end{array}} \tag{S4}$$

Ни одна из формулировок (1)-(2)-(3)-(4) в схеме (S4) не является причиной других формулировок. Процедура трансформирования полностью определяется условием нормировки вектора цен производства (S1) и даёт симметричную матрицу в ценах производства. **Правила трансформирования выполняются, благодаря определенной структуре стоимостной матрицы.** Сама эта структура стоимостной матрицы однозначно определяется условием (1), которое, в свою очередь, является условием разрешимости системы уравнений (A"), а сами эти уравнения означают симметрию матрицы в ценах производства. То есть **мы имеем здесь всего лишь математически эквивалентные формулировки условия существования решения задачи трансформирования в Модели-1.** Подчёркивать какую-либо одну формулировку, придавая ей статус причины всех остальных, как на этом настаивает автор критической статьи, логически некорректно. Правильный подход состоит в раскрытии взаимосвязи всех этих разных формулировок, что и было сделано в нашей статье. При этом из эстетических соображений, мы считаем, что формулировка (4) лучше всего выражает характерное свойство решения задачи трансформирования в Модели-1. Кому-то более изящной кажется формулировка (1). Эстетические предпочтения у всех разные и основывать на них критику вряд ли разумно.

Автор критической статьи не только проглядел ряд существенных пунктов нашей статьи, но ещё и увидел в статье то, чего в ней нет. На странице 9 критической статьи приводится формула (23) нашей статьи, где даются соотношения для стоимостных органических строений, но при этом автор критической статьи, видимо, не понимает, что формула (23) описывает именно стоимостные органические строения. Он пишет:

«…он [Пушной Г.С.] как бы мимоходом замечает в отношении Модели-1 в ценах производства:

«Если мы рассматриваем обмен по ценам производства, то условием совместности системы уравнений баланса (102) – (105) является равенство:

$$k_3 = \frac{V_3}{C_3} = \frac{V}{C} = k \qquad (106)»$$

В частности, из (106) следует, что аналогичное соотношение должно выполняться и в стоимостной модели, так как при $k_3 = \frac{V_3}{C_3} = \frac{V}{C} = k$ *выполняется и* $k_3' = \frac{V_3 / y}{C_3 / x} = \frac{V / y}{C / x} = k'$ »

(Калюжный (2014), стр. 9).

Формула (106) относится как раз к *«стоимостной модели»,* и об этом чётко сказано в нашей статье на странице 32, где сказано, что равенства (106) выражают условия совместности системы уравнений (102)-(105) – уравнений (A") для нетривиальных условий баланса. Возможно, автор критической статьи не понимает, что такое условия совместности системы уравнений. Эти условия составляются для коэффициентов системы и выражают некоторую связь между коэффициентами системы, при которой система имеет решение. В уравнениях (102)-(105) коэффициенты этой системы уравнений – стоимостные величины, поэтому и связь между ними (формула (106)) – это связь, выраженная через стоимости, а не через цены производства. Автор критики зачем-то делит стоимостные величины на индексы $x; y$ изменения цен при трансформировании от стоимостей в цены производства (цена производства = стоимость УМНОЖИТЬ на x - для средств производства и цена производства = стоимость УМНОЖИТЬ на y - для предметов потребления) – то есть, он поступает так, как если бы в формуле (106) нашей статьи стояли величины в ценах производства. Иначе эту странную процедуру «деления» стоимостей на коэффициенты пересчёта стоимостей в цены производства объяснить невозможно. То есть автор критической статьи не понял смысл формулы (106), спутав стоимостное соотношение в этой формуле с аналогичными соотношениями в ценах производства, что свидетельствует о поверхностном чтении статьи.

ТРЕТИЙ КРИТИЧЕСКИЙ АРГУМЕНТ касается нетривиальных условий баланса (которые равносильны условию симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства). Автор критики утверждает, что таких условий симметрии в исследовании Маркса нет. Автор критики пишет:

«С.Г. Пушной (?)[60] *каким-то чудесным образом обнаружил в 20-ой главе второго тома «Капитала» так называемые нетривиальные условия баланса, якобы введенные К. Марксом при анализе простого воспроизводства» (Калюжный (2014), стр. 2).*

«Для обоснования нетривиальных условий баланса, якобы введенных К. Марксом при анализе простого воспроизводства с помощью Модели-2, Г.С. Пушной пытается вначале найти хоть какую-то зацепку у Маркса для обоснования равенства $V_3 = M_2$*, которое действительно имеет место в Модели-1 (250 = 250).*

На основе анализа Модели-2, выполненного К. Марксом, Г.С. Пушной строит Таблицу (рис. 1), показывающую схему реализации чистой добавленной стоимости подотделов IIa (необходимые жизненные средства) и IIb (предметы роскоши)…

Нет никакого сомнения в том, что нетривиальные условия баланса в числовой модели К. Маркса выполняются. *Однако соответствующие равенства* $V_3 = M_2$*,* $V_1 = C_2$ *и* $M_1 = C_3$ *не являются каким-то общим свойством ранней капиталистической экономики. Они, как будет показано дальше, являются свойством любой модели простого производства, в которой строение капитала в третьем подразделении совпадает со среднеотраслевым строением…*

*…**в… модели К. Маркса** указанное совпадение достигается по той простой причине, что **во всех подразделениях и подотделах произвольно принято одинаковое строение капитала. Как только данная предпосылка снимается, автоматически исчезают и нетривиальные балансовые равенства**» (Калюжный (2014), стр. 3-4).*

«…в общем случае Модель-1А не должна быть обременена требованием симметричности матрицы входящих потоков (термин Г.С. Пушного), якобы вытекающим из II тома «Капитала». Следовательно, рушится вся система обоснования нетривиальных балансовых равенств простого воспроизводства, которые, как уверяет Г.С. Пушной, должны иметь место в условиях ранней капиталистической экономики» (Калюжный (2014), стр. 6).

«Маркс и в страшном сне не думал, что использует симметричную матрицу, а вот то, что в его трехсекторной модели используется одинаковое строение капитала исключительно во всех подразделениях и подотделах — это он знал наверняка и даже указывал на это, как на упрощение схемы простого воспроизводства. Для чего это ему понадобилось? Очевидно для того, чтобы облегчить анализ, в частности уйти, вероятно, от рассмотрения проблемы трансформации. Еще в 1971 г. П. Самуэльсон в своей знаменитой статье [33] удивил всех своей «эрудицией», отметив единичный случай одинакового внутреннего строения (the singular case of equal internal compositions) капитала, в котором процедура трансформации К. Маркса не дает сбоев» (Калюжный (2014), стр. 12).

[60] Автор критики перепутал мои инициалы (должно быть Г.С.)

Что ДУМАЛ (наяву или «в страшном сне») Маркс, работая над главой о реализации общественного продукта в модели простого воспроизводства (гл. XX, том 2, «Капитал») – сейчас уже никто этого не знает. У нас есть лишь тексты, изучая которые можно высказать те или иные предположения. На странице 13 автор критической статьи рекомендует *«…прежде чем писать статьи по проблеме трансформации, более внимательно читать произведения К. Маркса…»*. Совет хороший. Воспользуемся им и ещё раз перечитаем главу 20, IV из второго тома «Капитала» Маркса.

Автор критической статьи приводит следующий отрывок из этой главы:

«Что здесь произвольно взято и для I и для II подразделений, так это - отношение переменного капитала к постоянному, а также то, что это отношение тождественно и в I и во II и в их подотделах. Что касается этой тождественности, то она принята здесь лишь для и упрощения, и, если бы мы предположили различные пропорции, это абсолютно ничего не изменило бы в условиях проблемы и в её решении» (К. Маркс, «Капитал», том 2, стр. 407).

Маркс недвусмысленно поясняет, что «…*если бы мы предположили различные пропорции, это абсолютно ничего не изменило бы в условиях проблемы и в её решении»*. Чуть раньше Маркс пишет, что *«…мы в интересах простоты предположим одинаковое отношение между переменным и постоянным капиталом (что, кстати сказать, вовсе не представляет необходимости)…» (с. 406-407).* То есть **Маркс дважды подчёркивает, что общие качественные выводы не меняются от выбора конкретных цифр. И Маркс на числовом примере всего лишь иллюстрирует ряд фундаментальных общих выводов, имеющих универсальное значение**, вне зависимости от конкретного выбора тех или иных цифр. Одинаковость органических строений - **«*одинаковое отношение между переменным и постоянным капиталом… вовсе не представляет необходимости»*** для вывода этих универсальных общих утверждений. Это утверждает сам Маркс. И ниже он добавляет, что ***«если бы мы предположили различные пропорции, это абсолютно ничего не изменило бы в условиях проблемы и в её решении…*** *Во всяком случае, предполагая простое воспроизводство, мы необходимо приходим к такому результату» (с.407-408).*

И далее Маркс перечисляет все основные закономерности, которые с необходимостью должны выполняться при реализации общественного продукта в условиях простого воспроизводства. Маркс даёт формулировку общих выводов, поясняя её конкретными цифрами рассмотренного им числового примера. Цифры не важны, - утверждает Маркс, - важны лишь общие качественные закономерности, соотношения равенства между разными составными частями общественного продукта. Эти соотношения равенства проще всего выявить, рассматривая простой числовой пример, что Маркс и делает. Эти соотношения равенства Маркс специально подчёркивает и формулирует в главе XX (IV) и XX(V). Маркс даже помечает свои выводы цифрами: 1); 2) в главе XX(IV). Выводы же, которые Маркс делает, верны *«во всяком случае, предполагая простое воспроизводство»* (с. 408) – то есть при всяком выборе *«различных пропорций»* (с. 407). В пункте 1) (с. 408) Маркс делает общий вывод о равенстве $I_{v+m} = II_c$. В пункте 2) (с.408-410) Маркс делает ряд выводов о соотношениях равенств разных частей общественного продукта внутри второго отдела экономики, в котором производятся предметы потребления для капиталистов и для рабочих. Маркс изучает процесс реализации на примере Модели-2, которую можно привести к модели-1 с тремя подразделениями, выделив из отдела II ту часть производства, продукт которого потребляется капиталистами.

Напомним формулировку нетривиальных условий баланса для Модели-2, в которой капиталисты покупают продукцию второго и третьего подразделений Модели-1 (предметы потребления и роскошь). В нашей статье нетривиальные условия баланса в Модели-2 приведены на страницах 7 (обмен по стоимости) и 12 (обмен по ценам производства).

Нетривиальные условия баланса при обмене по стоимости в Модели-2:

(B1) $C_2 = V_1 + M_{1V}$

(B2) $C_3 = M_{1m}$

(B3) $V_3 + M_{3V} = M_{2m}$

Символы M_{1V} и M_{3V} обозначают прибавочную стоимость, которую капиталисты первого и третьего подразделений расходуют на приобретение предметов потребления – продукции второго подразделения Модели-2. Символы M_{1m} и M_{2m} обозначают прибавочную стоимость, которую капиталисты расходуют на приобретение предметов роскоши – продукции третьего подразделения Модели-2. Смысл данных равенств очевиден:

(B1) стоимость средств производства, покупаемых капиталистами второго подразделения (у первого) равна стоимости предметов потребления, покупаемых капиталистами и рабочими первого подразделения (у второго),

(B2) стоимость средств производства, покупаемых капиталистами третьего подразделения (у первого) равна стоимости предметов роскоши, покупаемых капиталистами первого подразделения (у третьего),

(B3) стоимость предметов потребления, покупаемых рабочими и капиталистами третьего подразделения (у второго) равна стоимости предметов роскоши, покупаемых капиталистами второго подразделения (у третьего).

Нетривиальные условия обмена по ценам производства в Модели-2 отличаются лишь тем, что все величины в формулах (B1)-(B3) должны быть выражены не в стоимостях, а в ценах производства – в ценах, по которым фактически происходит обмен.

Нетривиальные условия баланса при обмене по ценам производства в Модели-2:

(B'1) $xC_2 = y\left(V_1 + M_{1V}\right)$

(B'2) $xC_3 = zM_{1m}$

(B'3) $y\left(V_3 + M_{3V}\right) = zM_{2m}$

Условия (B1)-(B3) или (B'1)-(B'3), по сути, означают, что обмен между подразделениями может совершаться без применения денег как средств обмена (с помощью бартера). В числовом примере Маркса (глава XX, том 2 «Капитал») стоимости и цены производства совпадают. Часть средств производства, стоимость которых равна $V_1 + M_{1V}$, обменивается на равную по стоимости часть C_2 предметов потребления. Благодаря этому обмену восстанавливается в натуральной форме постоянный капитал второго подразделения, и удовлетворяются потребности в предметах потребления у рабочих и капиталистов первого подразделения. Не трудно доказать, что если в экономике с простым воспроизводством выполняется ХОТЯ БЫ ОДНО условие в системах равенств (B) (или (B'), если равновесные цены совпадают с ценами производства), то выполняются и два других условия.

Запишем строение общественного продукта внутри Модели-2 в виде Таблицы.

Таблица S2. Модель-2 для числового примера Маркса (стоимости равны ценам производства).

	C	V	M_V	M_m	W
I	4000	1000	600	400	6000
II a	1600	400	240	160	2400
II b	400	100	60	40	600
Σ	6000	1500	900	600	

Выделим из сектора II-а ту часть производства, которая удовлетворяет спрос капиталистов на предметы потребления и включим эту часть производства в третий сектор. Потребляемые капиталистами предметы потребления по стоимости равны 600 + 240 + 60 = 900. Вычитая этот продукт из второго сектора и добавляя его в третий сектор, получим Модель-1 для числового примера Маркса.

Таблица S3. Промежуточная Модель-1 для числового примера Маркса.

	C	V	$M = M_m$	W
I	4000	1000	1000	6000
II a-1	1000	250	250	1500
II a-2	600	150	150	900
II b	400	100	100	600
Σ	6000	1500	1500	

Объединив сектора II a-2 и II b в новый сектор, производящий предметы потребления капиталистов и роскошь, приходим к окончательной форме Модели-1.

Таблица S4. Окончательная Модель-1 для числового примера Маркса.

	C	V	$M = M_m$	W
I	4000	1000	1000	6000
II	1000	250	250	1500
III	1000	250	250	1500
Σ	6000	1500	1500	

Вернёмся к тексту Маркса – пункту 2) на стр. 406. Маркс пишет:

«Переходим к обмену a и b, поскольку он является обменом лишь между капиталистами обоих подотделов… Итак, $(IIa)_m$ распределяется следующим образом: 240 на жизненные средства и 100 на предметы роскоши = 240 + 100 = 400_m (IIa).

$(IIb)_m$ распределяются в отношении 60 на жизненные средства и 40 на роскошь: 60 + 40 = 100_m (IIb). Последние 40 этот подотдел берёт для потребления из своего собственного продукта…; 60 в жизненных средствах он получает таким способом, что обменивает 60 из своего прибавочного продукта на 60_m (a).

Итак, для всех капиталистов II подразделения мы имеем (причём v + m в подотделе a заключаются в необходимых жизненных средствах, в подотделе b – в предметах роскоши);

IIa $(400_v + 400_m)$ *)+ IIb* $(100_v + 100_m)$ *= 1000; благодаря обращению, реализация совершается так:* $500_v(a+b)$ *{реализуется в* $400_v(a)$ *и* $100_m(a)$*}* + $500_m(a+b)$ *{реализуется в* $300_m(a)$ + $100_v(b)$ + $100_m(b)$ *} = 1000….*

Что здесь произвольно взято и для I и для II подразделений, так это - отношение переменного капитала к постоянному, а также то, что это отношение тождественно и в I и во II и в их подотделах. Что касается этой тождественности, то она принята здесь лишь для и упрощения, и, ***если бы мы предположили различные пропорции, это абсолютно ничего не изменило бы в условиях проблемы и в её решении****…*

При рассмотренном выше обмене… отнюдь не предполагается, что капиталисты… в одинаковой пропорции делят свою прибавочную стоимость между необходимыми предметами потребления и предметами роскоши. Один может больше расходовать на один вид потребления, другой – на другой… Гипотетическим является отношение, которое фигурирует для примера; ***если предположить иное отношение, от этого НИЧЕГО НЕ ИЗМЕНИТСЯ В КАЧЕСТВЕННЫХ МОМЕНТАХ; ИЗМЕНЯТСЯ ТОЛЬКО КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ****...*

Так как капиталисты обоих подотделов расходуют свою прибавочную стоимость в размере 3/5 на продукты подотдела IIa (на необходимые жизненные средства) и в размере 2/5 на продукты подотдела IIb (на предметы роскоши), то 3/5 прибавочной стоимости капиталистов подотдела a, т. е. 240, потребляются в пределах самого подотдела IIa; точно так же 2/5 прибавочной стоимости капиталистов подотдела b (которая произведена и существует в виде предметов роскоши) — в пределах подотдела IIb.

Следовательно, между подотделами IIa и IIb остаётся ещё обменять:
на стороне подотдела IIa: 160m,
на стороне подотдела IIb: 100v + 60m. Эти суммы обмениваются без остатка. *Рабочие подотдела IIb на свои 100 деньгами, полученными в форме заработной платы, покупают у капиталистов подотдела IIa необходимые жизненные средства в сумме на 100. В свою очередь, капиталисты подотдела IIb на сумму в 3/5 своей прибавочной стоимости, т. е. на сумму, равную 60m, покупают необходимые жизненные средства у капиталистов подотдела IIa. Благодаря этим двум обменам капиталисты подотдела IIa получают деньги, необходимые для того, чтобы, как предположено выше, 2/5 своей прибавочной стоимости, т. е. сумму = 160m, затратить на предметы роскоши, произведённые в подотделе IIb (на 100v, которые находятся в руках у капиталистов подотдела IIb как продукт, возмещающий выплаченную ими заработную плату, и на 60m). Итак, получается следующая схема:*

СХЕМА МАРКСА.

$$\begin{array}{lll} 3)\ \mathrm{II}a. & [400v] + [240m] + & \underline{160m} \\ \quad\ \ b. & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & 100v + 60m + [40m], \end{array}$$

причём в скобки заключены те величины, которые совершают обращение и потребляются лишь в пределах своего собственного подотдела» (К. Маркс, глава XX, стр. 406-413).

Итак, по Марксу ни органические строения, ни та пропорция, в которой капиталисты расходуют свою прибавочную стоимость на жизненные средства и роскошь, не являются значимыми для вывода основных **качественных** закономерностей – отношений равенства между разными составными частями общественного продукта. Маркс пишет, что «***если бы мы***

предположили различные пропорции, это абсолютно ничего не изменило бы в условиях проблемы и в её решении*…» и что «…****если предположить иное отношение, от этого ничего не изменится в качественных моментах».*** Маркс пишет, что качественные выводы не могут измениться от того лишь, что для демонстрации этих выводов был взят конкретный числовой пример. Это значит, что основные качественные результаты – то есть соотношения равенства между разными составными частями общественного продукта – должны остаться теми же самыми, если взять другой числовой пример, например, если от примера с равными органическими строениями, который рассматривает Маркс, перейти к примеру с неравными органическими строениями. Игнорируя эти очевидные и ясные пояснения Маркса, автор критической статьи, напротив, считает, что существенная часть КАЧЕСТВЕННЫХ результатов, полученных Марксом в этой главе, следует отнести к особому частному случаю – так сказать, «игре цифр» из числового примера Маркса. Автор критической статьи пишет:

«Нет никакого сомнения в том, что нетривиальные условия баланса в числовой модели К. Маркса выполняются… по той простой причине, что во всех подразделениях и подотделах произвольно принято одинаковое строение капитала. Как только данная предпосылка снимается, автоматически исчезают и нетривиальные балансовые равенства…. Маркс и в страшном сне не думал, что использует симметричную матрицу, а вот то, что в его трехсекторной модели используется одинаковое строение капитала исключительно во всех подразделениях и подотделах — это он знал наверняка и даже указывал на это, как на упрощение схемы простого воспроизводства….» (Калюжный (2014), стр. 5,12).

Обратимся опять к тексту Маркса, где он формулирует ряд КАЧЕСТВЕННЫХ закономерностей процесса реализации общественного продукта. В приведённых выше отрывках, выводы из которых суммированы в СХЕМЕ МАРКСА, ясно и недвусмысленно сказано следующее:

«Следовательно, между подотделами IIa и IIb остаётся ещё обменять:
на стороне подотдела IIa: 160m,
на стороне подотдела IIb: 100v + 60m. Эти суммы обмениваются без остатка».

Слово «следовательно» означает вывод – некоторое качественное заключение, результат анализа. А результаты, как об этом пишет Маркс, не зависят от выбора конкретных цифр. Результат состоит в том, что зарплата и доля прибавочной стоимости капиталистов подотдела IIb, которую они тратят на покупку жизненных средств, в точности равна по величине прибавочной стоимости, которую капиталисты подотдела IIa расходуют на покупку предметов роскоши (160 = 160). В обозначениях Модели-2 данный вывод означает, что должно выполняться условие (В3) нетривиального баланса:

(В3) $V_3 + M_{3V} = M_{2m}$

Этот результат прекрасно виден и в **Схеме Маркса.** Таким образом, на основе анализа процесса реализации общественного продукта Маркс приходит к равенству (В3). Но из этого равенства следуют два других условия нетривиального баланса (В1) и (В2). В самом деле, запишем, например, условие нетривиального баланса для роскоши в Модели-2. Оно имеет следующий вид:

$$C_3 + V_3 + M_{3V} + M_{3m} = M_{1m} + M_{2m} + M_{3m}$$

Учитывая (В3), это равенство приводит к условию (В2):

(В2) $C_3 = M_{1m}$

Баланс для средств производства в Модели-2 имеет вид:

$$C_1 + V_1 + M_{1V} + M_{1m} = C_1 + C_2 + C_3$$

Учитывая (B2), получим отсюда условие (B1):

(B1) $C_2 = V_1 + M_{1V}$

Таким образом, из **Схемы Маркса**, резюмирующей результаты его анализа процесса общественного воспроизводства, следуют все три условия нетривиального баланса для Модели-2. Маркс чётко формулирует условия нетривиального баланса для Модели-2, в рамках которой он даёт свой анализ процесса общественного воспроизводства. Но условия нетривиального баланса для Модели-1, которые в числовом примере Маркса тоже выполняются, вообще говоря, не вытекают автоматически из условий нетривиального баланса в Модели-2, полученной из Модели-2 методом разбиения сектора IIa на две части. Хотя всегда можно разбить сектор IIa на две части так, чтобы в результате этого в Модели-1 были выполнены нетривиальные условия баланса, это разбиение в общем случае не сохраняет органическое строение капитала сектора IIa для его частей IIa-1 и IIa-2. В нашей статье (Пушной (2011)) приведён пример преобразования Модели-2 в Модель-1 для экономики с обменом по ценам производства (Таблица 23, стр. 69). Если органические строения в исходной Модели-2 различны в подразделениях I; IIa и IIb, то разбиение IIa на IIa-1 и IIa-2, обеспечивающее выполнение нетривиальных условий баланса в Модели-1, не сохраняет для секторов IIa-1 и IIa-2 те же органические строения, как в секторе IIa. Лишь при одинаковых органических строениях в Модели-2, преобразование этой модели к Модели-1 будет происходить при сохранении органических строений секторов IIa-1 и IIa-2 равных органическому строению сектора IIa.

Если нетривиальные условия баланса выполняются в Модели-2, то проблема трансформирования в этой Модели имеет решение. В нашей статье решение задачи трансформирования в Модели-2 рассмотрено на стр. 55-57. В Excel- приложении к статье данное решение приведено на листе ‘Mod-2’. Решение в Модели-2 существует именно благодаря выполнению нетривиальных условий баланса в этой модели. Можно сделать вывод, что нетривиальные условия баланса в Модели-2 являются необходимыми условиями для решения задачи трансформирования в данной модели.

В то же время надо отметить, что нетривиальные условия баланса для Модели-2 не являются необходимыми условиями решения задачи текущего трансформирования – это доказано **в главе III** данной статьи. В Excel-приложении к данной статье на листе ‘Model-2’ приведён числовой пример решения задачи текущего трансформирования, в котором органические строения всех капиталов различны и нетривиальные условия баланса Модели-2 нарушены. Однако, если перейти к Модели-1, то в этой Модели нетривиальные условия баланса будут выполняться, и матрица в ценах производства будет симметричной. В **главе IV** данной статьи доказано, что выполнение нетривиальных условий баланса Модели-2 эквивалентно предположению, что потребление капиталистами необходимых жизненных средств (продукции сектора IIa) есть оплата в натуральной форме труда капиталистов по управлению их предприятиями.

Подведём некоторые итоги.

Во-первых, Маркс формулирует качественный вывод о равенстве (В3) стоимости предметов потребления, покупаемых рабочими и капиталистами сектора IIb, и стоимости предметов роскоши, покупаемых капиталистами сектора IIa:

«на стороне подотдела IIa: 160m,
на стороне подотдела IIb: 100v + 60m. Эти суммы обмениваются без остатка[61]».

Схема Маркса в цифрах иллюстрирует эту общую закономерность. Из неё вытекает выполнение всех нетривиальных условий баланса для Модели-2.

Во-вторых, Маркс специально подчёркивает, что этот общий вывод не зависит от выбора конкретных цифр и пропорций. Маркс пишет:

«При рассмотренном выше обмене… отнюдь не предполагается, что капиталисты… в одинаковой пропорции делят свою прибавочную стоимость между необходимыми предметами потребления и предметами роскоши. Один может больше расходовать на один вид потребления, другой – на другой… Гипотетическим является отношение, которое фигурирует для примера; ***если предположить иное отношение, от этого НИЧЕГО НЕ ИЗМЕНИТСЯ В КАЧЕСТВЕННЫХ МОМЕНТАХ; ИЗМЕНЯТСЯ ТОЛЬКО КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ****...» (с. 410).*

Но если так, то нетривиальные условия баланса в Модели-2 должны выполняться при любой пропорции деления прибавочной стоимости капиталистов на жизненные средства и предметы роскоши. Какой бы малой ни была доля жизненных средств в потреблении капиталистов, должно выполняться равенство (В3), так как оно является именно тем *«качественным моментом»,* который не меняется от выбора той или иной пропорции деления прибавочной стоимости на две статьи расходов – жизненные средства и роскошь. Но, **по мере уменьшения доли жизненных средств в прибавочной стоимости, Модель-2 трансформируется в Модель-1, в которой капиталисты потребляют только роскошь.** При сколь угодно малой доле жизненных средств в общем потреблении капиталистов, согласно Марксу, должно выполняться равенство (В3). По мере уменьшения доли жизненных средств в расходах капиталистов, Модель-2 всё меньше отличается от Модели-1, а нетривиальные условия баланса Модели-2 всё меньше отличаются от нетривиальных условий баланса Модели-1. Таким образом, **Модель-1 можно рассматривать как ПРЕДЕЛЬНЫЙ СЛУЧАЙ Модели-2, в которой доля прибавочной стоимости, расходуемой на покупку жизненных средств пренебрежимо мала.** Поскольку нетривиальные условия баланса выполняются в ЛЮБОЙ Модели-2, они будут выполняться и в этом предельном случае – то есть в Модели-1, совпадая в этом случае с нетривиальными условиями Модели-1. Приравнивание нулю величин M_{1V}, M_{2V}, M_{3V}, приводит нетривиальные условия баланса Модели-2 к нетривиальным условиям баланса Модели-1. Таким образом, из текста Маркса логически вытекает также выполнение нетривиальных условий баланса и в Модели-1.

Нетривиальные условия настолько очевидно выполняются в исследуемом Марксом числовом примере, что отрицать этот вопиющий факт невозможно. Автор критической статьи поэтому вынужден подтвердить:

«Нет никакого сомнения в том, что нетривиальные условия баланса в числовой модели К. Маркса выполняются» (Калюжный (2014), с.5)

---

[61] В издании 1950 года ГИПЛ, Москва это место переведено так: «Эти продукты взаимно покрываются». Речь идёт об эквивалентном обмене по стоимости на сумму в 160, при котором стоимость жизненных средств, покупаемых рабочими и капиталистами сектора IIb, в точности равна стоимости предметов роскоши, покупаемых капиталистами сектора IIa. Но это равенство есть не что иное, как условие (В3) нетривиального баланса, из которого следуют и два других условия нетривиального баланса.

Но вместо того, чтобы признать этот очевидный факт, автор критической статьи пытается представить его как всего лишь случайный результат, как следствие особого выбора цифр в числовом примере Маркса. Если встать на такую позицию, то придётся сделать вывод, что Маркс в главе XX второго тома исследовал не общие закономерности процесса реализации общественного продукта, а всего лишь разбирал конкретный числовой пример, делая из него выводы, применимые лишь для этого частного случая. Следуя логике автора критической статьи, Маркс посвятил целую главу (а это почти 100 страниц!) лишь частному случаю, который на практике почти никогда не случается. Исходя лишь из «частного случая», нельзя делать общие выводы, не зависящие от выбора цифр и пропорций, хотя Маркс особо подчёркивает в ряде мест, что те выводы, которые он делает, - не зависят от цифр и пропорций. Отсюда ясно, что Маркс придавал своим выводам *(«качественным моментам»)* существенно большее поле применения, чем тот единичный особый конкретный случай, который был им взят ради простоты иллюстрации этих *«качественных моментов»*. Совершенно невозможно себе представить, чтобы Маркс, давая во всех частях своего «Капитала» анализ фундаментальных общих закономерностей капиталистической системы, в главе XX второго тома вдруг отступает от этого принципа и рассматривает некий частный случай, долго возясь с цифрами и формулируя выводы, относящиеся лишь к этому частному случаю. При этом он зачем-то иногда напоминает, что выводы, которые он делает, можно применять и в других числовых примерах, что от изменения цифр «***НИЧЕГО НЕ ИЗМЕНИТСЯ В КАЧЕСТВЕННЫХ МОМЕНТАХ; ИЗМЕНЯТСЯ ТОЛЬКО КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ***...».

Автор критической статьи будто не замечает всех этих несообразностей с выдвигаемой им логикой. Более того, автор критической статьи сочиняет собственный числовой пример, приводя его как опровержение условий нетривиального баланса (Таблица 4 на стр. 6).

Таблица S5 (данные из Таблицы 4 статьи Калюжный (2014)). Контрпример автора критической статьи, «доказывающий» нарушение нетривиальных условий баланса.

	C	V	M_V	M_m	W
I	4000	1000	600	400	6000
II a	1625	375	240	135	2375
II b	375	100	60	40	575
Σ	6000	1475	900	575	

Приведя этот пример, автор критической статьи пишет:

«Из табл. 4 видно, что 100v IIb + 60m IIb ≠ 135m IIa» (Калюжный (2014), стр. 6).

Автору кажется, что он опровергает положения нашей статьи, но фактически этим примером автор опровергает утверждения Маркса о равенстве двух составляющих общественного продукта.

Маркс делает вывод:

«на стороне подотдела IIa: 160m,

на стороне подотдела IIb: 100v + 60m. Эти суммы обмениваются без остатка»

Иначе говоря, у Маркса составляющие M_{2m} и $V_3 + M_{3V}$ должны быть равны, должны *«покрывать друг друга», «обмениваться без остатка»*. ТАКОЙ вывод делает Маркс из анализа процесса реализации общественного продукта и резюмирует этот результат в приведённой выше **Схеме Маркса.** При этом Маркс подчёркивает, что вывод этот не зависит от пропорций и конкретных цифр. Автор критики, напротив, строит пример, который противоречит данному качественному выводу Маркса и на этом основании утверждает, что ошибается (нет, не Маркс!), что ошибаемся мы в нашей статье 2011 года, приписывая Марксу вывод о выполнении одного из нетривиальных условий баланса (B3), из которого следует выполнение всех остальных нетривиальных условий баланса.

Странная логика. Вместо того, чтобы задуматься, почему Маркс вводит именно такие (нетривиальные) условия баланса $M_{2m} = V_3 + M_{3V}$ (а он их, очевидно, вводит и качественно формулирует: *«эти продукты взаимно покрываются»,* «*эти суммы обмениваются без остатка»*), автор критической статьи предлагает считать эти условия лишь особым частным случаем, тем самым сводя весь анализ простого воспроизводства Маркса в XX главе тоже к особому частному случаю, игнорируя при этом ясные утверждения Маркса, что *«качественные моменты»* этого анализа не меняются от выбора конкретных пропорций и отношений.

Такое «прочтение» текста Маркса автором критической статьи, показывает, что автор критической статьи, выражаясь его собственными словами, *«даже не представляет себе ту неприглядную ситуацию, в которой он оказался» (с.12)*, предложив фактически проигнорировать как общие *«качественные моменты»,* вытекающие из анализа Маркса, так и прямые указания самого Маркса, что эти *«качественные моменты»* не зависят от выбора цифр и пропорций. Автор критической статьи приписывает нам то, что прямым текстом содержится в XX главе второго тома «Капитала» - условие равенства M_{2m} и $V_3 + M_{3V}$ - условие, которое схематически представлено на **Схеме Маркса:**

$$\begin{array}{lll} 3)\ \mathrm{II}a. & [400v] + [240m] + & \underline{160m} \\ \quad\ \ b. & \dots\dots\dots\dots\dots & 100v + 60m + [40m], \end{array}$$

Автор критической статьи резюмирует своё видение проблемы так:

«Г.С. Пушному удалось, как теперь стало ясно, вычитать у К. Маркса то, чего у него нет и в помине» (с. 12).

Как мы видим, автору критической статьи не удалось *«вычитать у Маркса»* даже то, что сам Маркс формулирует совершенно ясно и недвусмысленно – равенство стоимости жизненных средств, покупаемых капиталистами и рабочими сектора IIb (100v + 60m), и стоимости роскоши, покупаемой капиталистами сектора IIa (160m). Это равенство, которое Маркс описывает качественно словами: «*эти суммы обмениваются без остатка»* - и которое поэтому относится к тем самым *«качественным моментам»,* которые не зависят от выбора цифр и пропорций – данное равенство автор критической статьи считает второстепенным и случайным. Вряд ли можно согласиться с таким «прочтением» Маркса.

Итак, если строго следовать тем выводам, которые делает сам Маркс (**схема Маркса**) – неизбежно приходится накладывать нетривиальные условия баланса в Модели-2. В то же время эти условия, хотя они и являются достаточными условиями существования решения задачи текущего трансформирования, **не** являются необходимыми условиями решения этой задачи. В Excel-приложении к этой статье на листе 'Model-2' приведён числовой пример решения задачи текущего трансформирования в Модели-2 **без наложения нетривиальных условий баланса** данной Модели. При этом органические строения всех трёх подразделений в этом примере различны. Данный числовой пример показывает, что наложение нетривиальных условий баланса в Модели-2 не является обязательным условием решения задачи (это доказано в **главе III** данной статьи). Однако сам Маркс очевидным образом предполагал, что нетривиальные условия баланса Модели-2 выполняются. Стояли ли за этим предположением Маркса какие-то веские аргументы, о которых он умолчал или не успел их систематически изложить? Сейчас это уже невозможно установить. Одним из таких аргументов могло быть признание роли капиталистов в процессе производства как участников трудового процесса создания стоимости. Труд капиталистов как менеджеров и организаторов производства входит составной частью в общее количество общественно-необходимого труда, овеществлённого в продукции предприятий. Должны ли мы учитывать этот труд? Очевидно, да, и сам Маркс в ряде мест признавал необходимость такого учёта при точном исчислении величины стоимости продукции[62]. Как и стоимость любой рабочей силы, стоимость рабочей силы организаторов и менеджеров (роль которых выполняет капиталист) оплачивается из фонда необходимых жизненных средств – продукцией подразделения IIa. В **главе IV** этой статьи доказывается, что условия нетривиального баланса Модели-2 выполняются, если рассматривать всё потребление жизненных средств (продукции IIa) капиталистами оплатой их труда по управлению и организацией производства. Возможно, именно этот аргумент (оплату труда капиталистов из продукции подразделения IIa) имел в виду Маркс, предполагая в своём числовом примере выполнение нетривиальных условий баланса в Модели-1 (схема Маркса). Возможно, имелись другие аргументы. Сейчас это уже установить невозможно. Ясно лишь, что в числовом примере Маркса нетривиальные условия баланса Модели-2 выполняются и отрицать очевидное (**схема Маркса** – тому наглядное доказательство) можно лишь при очень большом нежелании видеть в написанном ровно то, что было написано.

Критика Калюжного (2014) сосредоточена в основном на том способе, которым формулируется условие существования решения задачи трансформирования в нашей статье. Основной его аргумент – условие существования решения должно быть выражено как свойство стоимостной матрицы, поскольку цены производства есть уже результат (следствие) процесса трансформирования. Но автор критики забывает при этом, что большая часть нашей статьи посвящена решению задачи ТЕКУЩЕГО трансформирования в разных моделях.

При рассмотрении проблемы ТЕКУЩЕГО трансформирования обмен совершается по ценам производства, и задача состоит в том, чтобы выяснить, при каких условиях ТАКОЙ обмен совместим с правилами трансформирования Маркса. Хотя товары имеют определённую стоимость, а правила трансформирования должны быть выполнены, товары при этом обмениваются по ценам производства. Решение ТАКОЙ задачи состоит в определении взаимосвязей между стоимостными величинами и величинами в ценах производства. Эти два типа величин (например, стоимость предметов роскоши и их цена производства) должны быть согласованы между собой таким образом, чтобы выполнялись известные равенства трансформирования Маркса. В этой задаче обмен по стоимости НЕ предшествует в каком-либо смысле (логически или во времени) обмену по ценам производства, как это имеет место в задаче исторического трансформирования стоимостей в цены производства, где предполагается, что обмен по ценам производства возникает из обмена по стоимости. При текущем трансформировании такого возникновения одного обмена из другого нет. С самого начала товары обмениваются здесь по их ценам производства, но при этом так, что одновременно с этим обменом выполняются два правила трансформирования Маркса. Автор критики, обвиняя нас в нелогичности, по-видимому, не понимает, в чём состоит отличие постановки задачи текущего трансформирования от постановки задачи исторической трансформации.

В задаче текущего трансформирования фактически нет никакого процесса (во времени) возникновения одного обмена из другого (обмена по ценам производства из обмена по стоимости). По этой причине свойства стоимостной матрицы нельзя рассматривать как «причину» свойств матрицы в ценах производства. Оба типа свойств (выраженные в стоимостях и в ценах производства) сосуществуют равноправным образом внутри единой системы взаимосвязей, и ни

[62] Смотри выдержки из текстов Маркса на стр. 43 в статье Пушной (2011).

одно не есть следствие другого. Вообще, причинно-следственная связь здесь не является адекватным описанием фактической взаимосвязанности стоимостных величин с величинами в ценах производства. Эти величины в задаче текущего трансформирования связаны как составные части единой системы. Каждая часть является причиной других, и все другие являются причиной данной части. То есть категории «причина-следствие» не годятся для интерпретации действительной взаимосвязи величин в задаче текущего трансформирования. Поэтому нелогично делать упор на каком-то одном свойстве этой взаимосвязи, считая его главным (как это делает автор критики, считая равенство стоимостных органических строений третьего подразделения и всей экономики причиной всех других свойств), отводя другим свойствам взаимосвязи роль второстепенных «следствий». Эта равноправность свойств находит своё математическое выражение в алгебраической форме описания взаимосвязи величин. Видеть в одной величине «причину» другой так же нелогично в данном случае, как считать величину x «причиной» величины y на том лишь основании, что эти две величины связан соотношением $x+y=1$. В равенстве $y=1-x$ и в равенстве $x=1-y$ ни та, ни другая величина не является «причиной» другой. Эти величины просто взаимосвязаны соотношением $x+y=1$. По той же причине взаимосвязь стоимостных величин и величин в ценах производства в задаче текущего трансформирования нельзя описывать в категориях причинно-следственной связи.

Таким образом, задача текущего трансформирования существенно отличается от задачи исторического трансформирования, в которой обмен по ценам производства действительно возникает (во времени) из обмена по стоимости, и по этой причине свойства стоимостной матрицы там логически (и во времени) предшествуют свойствам матрицы в ценах производства, а значит, им можно придать статус причины. Но в задаче текущего трансформирования, где такой процесс возникновения одного обмена из другого отсутствует, этого делать нельзя. Здесь возможно множество математически эквивалентных формулировок условия существования решения задачи текущего трансформирования – как с помощью стоимостных величин, так и с помощью величин, выраженных в ценах производства. Автору критики нравится формулировка $k_3=k$ (в стоимостях). Нам, наоборот, кажется более информативной[63] формулировка через симметрию матрицы в ценах производства.

Из симметрии матрицы вытекает ряд следствий, касающихся органических строений капиталов в ценах производства, вложенных в разные подразделения. В частности, всегда выполняются равенства для органических строений в ценах производства[64]:

$$\frac{k_3}{k_2}=\frac{1+k_1}{1+k_2}; \qquad k_3=k$$

Взяв любое из этих условий, можно доказать симметрию матрицы общественного воспроизводства в ценах производства. Условие существования решения задачи трансформирования, таким образом, может быть сформулировано множеством разных способов. Выбранный нами способ формулировки – через симметрию матрицы общественного

[63] Во второй части данной статьи приведены логические доводы и эмпирические факты, указывающие на вероятное выполнение условия симметрии матрицы общественного воспроизводства в ранней и в развитой капиталистической экономике.

[64] Мы используем в этой главе стандартное определение органического строения как отношения: $k=C:V$. В первой нашей статье (которой посвящена критика) символ k использовался для обозначения обратного органического строения, что было сделано из соображений удобства математических выкладок. Так же мы иногда называли это отношение просто органическим строением, опуская термин «обратное», но имея в виду именно обратное органическое строение.

воспроизводства в ценах производства – кажется нам наиболее эстетически совершенным, простым и наглядным. Условие симметрии этой матрицы связано с важнейшим свойством здоровой экономики – возможностью реализовать общественный продукт даже при остром дефиците надёжных средств обмена – в периоды денежных кризисов (см. главу XIII данной статьи). Уже по одной этой причине свойство симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства следует выделять особо как свойство, от которого зависит процесс успешной реализации общественного продукта в кризисные периоды развития, когда повсеместно ощущается острая нехватка надёжных средств обмена.

Условие симметрии матрицы общественного воспроизводства в ценах производства можно выразить с помощью органических строений в ценах производства. Симметричной матрице соответствует экономика, в которой выполняется условие равенства органических строений третьего подразделения и среднего органического строения для всей экономики. Это можно записать также как равенство органического строения третьего подразделения с органическим строением первых двух подразделений (в ценах производства и в стоимостях).

Симметрия матрицы общественного воспроизводства в ценах производства является необходимым и достаточным условием решения задачи текущего трансформирования в Модели-1. Существуют и другие способы формулировки условия существования решения в этой задаче. Каждый из них выражает условие существования решения по-своему. Автор критической статьи предлагает считать все эти альтернативные способы формулировки следствиями одного лишь (излюбленного им) способа выражения через стоимостные органические строения ($k_3 = k$ (в стоимостях)). Очевидно, однако, что подобная критика математически эквивалентных способов выражения условия существования решения, совершенно бессмысленна.

Последнее. Автор критической статьи, вообще не считает **новыми** изложенные в нашей статье результаты. Он пишет:

«…математические упражнения Г.С. Пушного не привели к какому-либо новому научному результату при попытке решения проблемы трансформации».

Наша цель была - сформулировать математические условия решения задачи текущего трансформирования, когда товары обмениваются по ценам производства, но при этом одновременно выполняются правила трансформирования Маркса. Иметь под руками чётко прописанный математический алгоритм, дающий все возможные решения поставленной задачи – цель, которую мы ставили, работая над первой и второй статьёй. Задачу эту удалось решить. Решение в общем алгебраическом виде (с помощью формул) было найдено для нескольких моделей (модели-1, модели-2, модели-4). Формулы были перенесены в Excel, и непосредственная проверка показывает, что формулы действительно верны. Насколько нам известно, такая работа никем ещё не была проделана. Возможны ли другие решения задачи текущего трансформирования в Модели-1 – вопрос этот был открытым в 2011 году, но теперь мы точно знаем на него ответ: построенное нами общее решение охватывает все возможные случаи решения задачи трансформирования. Выше (**глава II** данной статьи) было приведено доказательство единственности найденного решения (доказательство необходимости выполнения нетривиальных условий баланса в Модели-1 для существования решения в этой Модели). «Новизна», которую проглядел автор критической статьи, как раз и состоит в построении точных математических алгоритмов решения задачи текущего трансформирования и доказательстве, что эти алгоритмы охватывают все возможные случаи решения этой задачи.

ДОПОЛНЕНИЕ III.

Статистические данные для США и Японии.

Расчёт элементов матрицы прямых затрат по данным на 2002 для экономики США.

Источник данных: http://www.bea.gov/industry/zip/summarytables2002.zip

Были использованы данные, собранные на листе 'NAICSUseSummary'.

Были отобраны следующие отрасли:

Первая группа (24 отрасли).

1. Crop products
2. Animal products
3. Forestry and logging products
4. Fish and other nonfarm animals
5. Support activities for agriculture and forestry
6. Oil and gas extraction
7. Coal mining
8. Metal ores mining
9. Nonmetallic mineral mining and quarrying
10. Mining support services
11. Electric power generation, transmission, and distribution
12. Natural gas distribution
13. Water, sewage and other systems
14. New nonresidential construction
15. New residential construction
16. Maintenance and repair construction
17. Food products
18. Beverage products
19. Tobacco products
20. Yarn, fabrics, and other textile mill products
21. Nonapparel textile products
22. Apparel
23. Leather and allied products
24. Wood products

Вторая группа (45 отраслей).

25. Pulp, paper, and paperboard
26. Converted paper products
27. Printed products
28. Petroleum and coal products
29. Basic chemicals
30. Resins, rubber, and artificial fibers
31. Agricultural chemicals
32. Pharmaceuticals and medicines
33. Paints, coatings, and adhesives
34. Soaps, cleaning compounds, and toiletries
35. Other chemical products
36. Plastics and rubber products
37. Nonmetallic mineral products
38. Primary ferrous metal products
39. Primary nonferrous metal products
40. Foundry products
41. Forgings and stampings
42. Cutlery and handtools
43. Architectural and structural metal products
44. Boilers, tanks, and shipping containers
45. Ordnance and accessories

46. Other fabricated metal products
47. Agriculture, construction, and mining machinery
48. Industrial machinery
49. Commercial and service industry machinery
50. HVAC and commercial refrigeration equipment
51. Metalworking machinery
52. Turbine and power transmission equipment
53. Other general purpose machinery
54. Computer and peripheral equipment
55. Audio, video, and communications equipment
56. Semiconductors and electronic components
57. Electronic instruments
58. Magnetic media products
59. Electric lighting equipment
60. Household appliances
61. Electrical equipment
62. Other electrical equipment and components
63. Motor vehicles
64. Motor vehicle bodies, trailers, and parts
65. Aerospace products and parts
66. Other transportation equipment
67. Furniture and related products
68. Medical equipment and supplies
69. Other miscellaneous manufactured products

Для всего набора в целом и для двух групп, на которые он разделён, были составлены матрицы “The Use of Commodities by Industries after Redefinitions, 2002” (Millions of dollars at producers' prices). За единицу товара каждой отрасли был взят товар, ценой в 1 доллар. При таком определении единиц товаров, затраты разных отраслей в долларах на производство товаров определённой отрасли суммой в 1 доллар можно рассматривать как выражение прямых материальных затрат на производство единицы продукции этой отрасли. Разделив элементы матриц “The Use of Commodities by Industries after Redefinitions, 2002” для отобранных отраслей на выпуск в долларах каждой отрасли, получаем матрицы прямых материальных затрат, для которых строятся статистическое распределение её элементов по величине, имеющее вид обратно-степенного закона**.**

Описанный выше алгоритм вычисления элементов матрицы прямых затрат опирается на выражение этих элементов через даваемые статистикой величины P_{mk} и P_k.

Используем следующие обозначения:

$P_k = p_k X_k$ - выпуск продукции в k-ой отрасли, выраженный в деньгах,

p_k - цена единицы продукции в k-ой отрасли,

X_k - физический выпуск продукции в k-ой отрасли,

P_{mk} - объём расходов m-ой отрасли на покупку продукции k-ой отрасли.

Для величины P_{mk} имеем выражение:

$$P_{mk} = p_m a_{mk} X_k \quad \text{(SIII.1)}$$

Отсюда получаем:

$$a_{mk} = \frac{P_{mk}}{p_m X_k} \quad \text{(SIII.2)}$$

Если за единицу продукции в каждой отрасли выбрать продукцию, ценой в 1 доллар, то получим:

$$p_1 = p_2 = p_3 = ... = p_N = 1 \quad \text{(SIII.3)}$$

При таком выборе, выпуск продукции в деньгах $P_k = p_k X_k = X_k$ численно совпадает с физическим выпуском продукции. Учитывая это, получим:

$$a_{mk} = \frac{P_{mk}}{p_m X_k} = \frac{P_{mk}}{1 \cdot P_k} = \frac{P_{mk}}{P_k} \quad \text{(SIII.3)}$$

Таким образом, коэффициенты прямых материальных затрат можно определить, исходя из даваемых статистикой величин P_{mk} и P_k.

МАТРИЦА ПРЯМЫХ ЗАТРАТ ДЛЯ ЭКОНОМИКИ ЯПОНИИ (2005).

Источник данных: http://www.soumu.go.jp/english/dgpp_ss/data/io/io05.htm
Файл данных: http://www.stat.go.jp/english/data/io/2005/zuhyou/ioe05103.xls

Список индустрий, отобранных для расчётов:
Набор-А.

1. Crop cultivation
2. Livestock
3. Agricultural services
4. Forestry
5. Fisheries
6. Metallic ores
7. Non-metallic ores
8. Coal mining , crude petroleum and natural gas
9. Foods
10. Beverage
11. Feeds and organic fertilizer, n.e.c.
12. Tobacco
13. Textile products
14. Wearing apparel and other textile products
15. Timber and wooden products
16. Furniture and fixtures
17. Pulp, paper, paperboard, building paper
18. Paper products
19. Printing, plate making and book binding
20. Chemical fertilizer
21. Industrial inorganic chemicals
22. Petrochemical basic products
23. Organic chemical products (except Petrochemical basic products)
24. Synthetic resins
25. Synthetic fibers
26. Medicaments
27. Final chemical products, n.e.c.
28. Petroleum refinery products
29. Coal products
30. Plastic products
31. Rubber products

32. Leather, fur skins and miscellaneous leather products
33. Glass and glass products
34. Cement and cement products
35. Pottery, china and earthenware
36. Other ceramic, stone and clay products
37. Pig iron and crude steel
38. Steel products
39. Cast and forged steel products
40. Other iron or steel products
41. Non-ferrous metals
42. Non-ferrous metal products
43. Metal products for construction and architecture
44. Other metal products
45. General industrial machinery

Набор-B.

46. Special industrial machinery
47. Other general machines
48. Machinery for office and service industry
49. Electrical devices and parts
50. Applied electronic equipment and electric measuring instruments
51. Other electrical equipment
52. Household electric appliances
53. Household electronics equipment
54. Electronic computing equipment and accessory equipment of electronic computing equipment
55. Semiconductor devices and Integrated circuits
56. Other electronic components
57. Passenger motor cars
58. Other cars
59. Motor vehicle parts and accessories
60. Ships and repair of ships
61. Other transportation equipment and repair of transportation equipment
62. Precision instruments
63. Miscellaneous manufacturing products
64. Reuse and recycling
65. Building construction
66. Repair of construction
67. Public construction
68. Other civil engineering and construction
69. Electricity
70. Gas and heat supply
71. Water supply
72. Waste management service
73. Commerce
74. Finance and insurance

75. Real estate agencies and rental services
76. House rent
77. House rent (imputed house rent)
78. Railway transport
79. Road transport (except transport by private cars)
80. Self-transport by private cars
81. Water transport
82. Air transport
83. Freight forwarding
84. Storage facility service
85. Services relating to transport
86. Communication
87. Broadcasting
88. Information services
89. Internet based services
90. Image information,character information production and distribution

Матрица была разбита на 4 блока:

Блок-11: строки – набор A, столбцы – набор A;

Блок-12: строки – набор A, столбцы – набор B;

Блок-21: строки – набор B, столбцы – набор A;

Блок-22: строки – набор B, столбцы – набор B.

Матрица прямых затрат на производство продукции в одну денежную единицу (одну иена) была рассчитана делением элементов слолбцов этой матрицы на соответствующие валовые выпуски (на соответствующие элементы столбца под номером 132: ‘Domestic production (gross outputs)’).

ДАННЫЕ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРЯМЫХ ЗАТРАТ ТРУДА НА ЕДИНИЦУ ПРОДУКТА.

Источники данных:

1) **США 1998-2007:** http://www.bea.gov/industry/xls/GDPbyInd_VA_NAICS_1998-2007.xls
2) **Япония 1970-2008:** http://www.rieti.go.jp/en/database/JIP2011/data/04-4.zip

Алгоритм расчёта:

США. Оплату труда по индустриям ‘Compensation of employees (Millions of dollars)’ на листе ‘97NAICS_COMPONENETS OF VA’ делим на валовой выпуск индустрий ‘Gross Output’ – строки после номера 484 на листе ‘97NAICS_VA, GO,II’. Из списка индустрий мы отобрали отрасли, участвующие в сфере материального производства.

СПИСОК ОТОБРАННЫХ ОТРАСЛЕЙ ЭКОНОМИКИ США (45 отраслей; 1998-2006):

Agriculture.

1. Farms
2. Forestry, fishing, and related activities

Mining

3. Oil and gas extraction
4. Mining, except oil and gas
5. Support activities for mining
6. Utilities
7. Construction

Manufacturing (durable goods):

8. Wood products
9. Nonmetallic mineral products
10. Primary metals
11. Fabricated metal products
12. Machinery
13. Computer and electronic products
14. Electrical equipment, appliances, and components
15. Motor vehicles, bodies and trailers, and parts
16. Other transportation equipment
17. Furniture and related products
18. Miscellaneous manufacturing

Manufacturing (nondurable goods):

19. Food and beverage and tobacco products
20. Textile mills and textile product mills
21. Apparel and leather and allied products
22. Paper products
23. Printing and related support activities
24. Petroleum and coal products
25. Chemical products
26. Plastics and rubber products

Trade:

27. Wholesale trade
28. Retail trade

Transportation.

29. Air transportation
30. Rail transportation
31. Water transportation
32. Truck transportation
33. Transit and ground passenger transportation
34. Pipeline transportation
35. Other transportation and support activities

36. Warehousing and storage
37. Publishing industries (includes software)
38. Motion picture and sound recording industries
39. Broadcasting and telecommunications
40. Information and data processing services
41. Legal services
42. Computer systems design and related services
43. Miscellaneous professional, scientific, and technical services
44. Administrative and support services
45. Waste management and remediation services

ЯПОНИЯ. Данные об оплате труда ‘Nominal labor cost’ (лист ‘WL’) делим на сумму промежуточного потребления ресурсов в индустриях ‘Nominal intermediate input’ (лист ‘PM’) и добавленной стоимости ‘Nominal value added’ (лист ‘NV’). Данный способ расчёта в ряде случаев даёт искажённые значения. Так, например, для отрасли “Mail’ оплата труда больше, чем сумма промежуточного потребления и добавленной стоимости. Это связано с тем, что зарплата в данной отрасли частично субсидируется государством. Аналогично, отрасли ‘Research’, ‘Other public srvices’, ‘Medical’, ‘Research non-profit’ в большей или меньшей степени финансируются государством и в них расходы на оплату труда превышают сумму промежуточного потребления и добавленной стоимости. Эти отрасли следует удалить из списка отраслей, существующих за счёт создаваемой ими добавленной стоимости.

СПИСОК ОТОБРАННЫХ ОТРАСЛЕЙ ЭКОНОМИКИ ЯПОНИИ (100 отраслей; 1998-2006):

1. Rice, wheat production
2. Miscellaneous crop farming
3. Livestock and sericulture farming
4. Agricultural services
5. Forestry
6. Fisheries
7. Mining
8. Livestock products
9. Seafood products
10. Flour and grain mill products
11. Miscellaneous foods and related products
12. Prepared animal foods and organic fertilizers
13. Beverages
14. Tobacco
15. Textile products
16. Lumber and wood products
17. Furniture and fixtures
18. Pulp, paper, and coated and glazed paper
19. Paper products
20. Printing, plate making for printing and bookbinding
21. Leather and leather products
22. Rubber products
23. Chemical fertilizers
24. Basic inorganic chemicals
25. Basic organic chemicals
26. Organic chemicals
27. Chemical fibers
28. Miscellaneous chemical products
29. Pharmaceutical products
30. Petroleum products
31. Coal products
32. Glass and its products
33. Cement and its products
34. Pottery
35. Miscellaneous ceramic, stone and clay products
36. Pig iron and crude steel
37. Miscellaneous iron and steel
38. Smelting and refining of non-ferrous metals

39. Non-ferrous metal products
40. Fabricated constructional and architectural metal products
41. Miscellaneous fabricated metal products
42. General industry machinery
43. Special industry machinery
44. Miscellaneous machinery
45. Office and service industry machines
46. Electrical generating, transmission, distribution and industrial apparatus
47. Household electric appliances
48. Electronic data processing machines, digital and analog computer equipment and accessories
49. Communication equipment
50. Electronic equipment and electric measuring instruments
51. Semiconductor devices and integrated circuits
52. Electronic parts
53. Miscellaneous electrical machinery equipment
54. Motor vehicles
55. Motor vehicle parts and accessories
56. Other transportation equipment
57. Precision machinery & equipment
58. Plastic products
59. Miscellaneous manufacturing industries
60. Construction
61. Civil engineering
62. Electricity
63. Gas, heat supply
64. Waterworks
65. Water supply for industrial use
66. Waste disposal
67. Wholesale
68. Retail
69. Finance
70. Insurance
71. Real estate
72. Railway
73. Road transportation
74. Water transportation
75. Air transportation
76. Other transportation and packing
77. Telegraph and telephone
78. Education (private and non-profit)
79. Medical (private)
80. Hygiene (private and non-profit)
81. Advertising
82. Rental of office equipment and goods
83. Automobile maintenance services
84. Other services for businesses
85. Entertainment

86. Broadcasting
87. Information services and internet-based services
88. Publishing
89. Video picture, sound information, character information production and distribution
90. Eating and drinking places
91. Accommodation
92. Laundry, beauty and bath services
93. Other services for individuals
94. Research (public)
95. Hygiene (public)
96. Social insurance and social welfare (public)
97. Public administration
98. Medical (non-profit)
99. Social insurance and social welfare (non-profit)
100. Activities not elsewhere classified

В данном списке собраны все индустрии, в которых расходы по оплате труда меньше суммы промежуточного потребления и добавленной стоимости. Если из этого списка убрать все отрасли, в которых встречаются годы с отрицательной прибылью (разность между добавленной стоимостью и расходами по оплате труда), то из списка выпадут отрасли под номерами: 4; 15; 27; 36; 38; 40; 43; 45; 60; 61; 73; 78; 88; 96; 100. В отдельные годы в этих отраслях прибыль оказывалась отрицательной (убыточные индустрии). Однако, поскольку большая часть этих индустрий в другие годы работала с прибылью и участвовала в сфере материального производства, мы сохранили весь приведённый выше список. Можно было бы исключить отрасли под номерами 90-100 как почти не участвующие в сфере материального производства, но расчёты показывают, что такое исключение не оказывает существенного влияния на окончательный итог.

Литература.

1. Bortkiewicz, L. von "On the Correction of Marx's Fundamental Theoretical Construction in the Third Volume of Capital" by Ladislaus von Bortkiewicz. Originally published in Jahrbucher fur Nationalokonomie und Statistik; July 1907; Translated by Paul M. Sweezy.
2. Dogan, I.B. and Michailidou, A. (2008). "Trading in prehistory and protohistory: perspectives from the Eastern Aegean and beyond," in *Sailing in the Aegean: readings on the economy and trade routes*, C. Papageorgiadou-Banis and A. Giannikouri, Eds. Αθήνα: Institute of Greek and Roman Antiquity/National Hellenic Research Foundation, 2008, pp. 17-53.
3. Fetter, F.A. (1915). Economic Principles. New York: The Century Co. Интернет ресурс: http://library.mises.org/books/Frank%20A%20Fetter/Economic%20Principles.pdf
4. Fayazmanesh, S. (2006). Money and Exchange: Folktales and Reality. Routledge Studies in the History of Economics.
5. Humphrey and Hugh-Jones (1992) (eds). Barter, Exchange and Value: an Anthropological Approach. Cambridge University Press.
6. Hunt, E.S., Murray, J.M., (1999). A History of Business in Medieval Europe 1200–1550. Cambridge University Press, Cambridge.
7. Morishima, M., Seton, F. (1961). Aggregation in Leontief Matrices and the Labor Theory of Value. Econometrica 29 (2): 1961.
8. Munro, J. (eds.) (2012), Money in the Pre-Industrial World: Bullion, Debasements and Coin Substitutes, Financial History Series no. 20, Pickering & Chatto, London.
9. Okishio, N. (1963). A Mathematical Note on Marxian Theorems. Weltwirtschaftliches Archiv 91 (287-98).
10. Pushnoi, G. S., Bonser G. L. (2008). Method of Systems Potential as "Top-Bottom" Technique of the Complex Adaptive Systems Modelling. In Ang Yang & Yin Shan (eds.) Intelligent Complex Adaptive Systems, IGI-Publishing, Hershey-London, 26-73.
11. Pushnoi, G. S. (2010).Crisis as Reconfiguration of the Economic Complex Adaptive System. AAAI Simposium Series; AAAI Fall CAS Simposium; USA. http://aaai.org/ocs/index.php/FSS/FSS10/paper/view/2234
12. Pushnoi, G. S. (2014). Method of System's Potential as Holistic Approach for CAS-Modelling. Chapter in Mehdi Khosrow-Pour (Ed.) "Encyclopedia of Information Science and Technology", Third Edition, chapter 707, pp. 7180-7191. IGI-Publishing, Hershey-London. http://www.igi-global.com/chapter/method-of-systems-potential-as-holistic-approach-for-cas-modelling/112416
13. Randy K. Schwartz (Schoolcraft College) (July 2012). "'He Advanced Him 200 Lambs of Gold': The Pamiers Manuscript - Barter Transactions," Loci DOI:10.4169/loci003888 - See more at: http://www.maa.org/publications/periodicals/convergence/he-advanced-him-200-lambs-of-gold-the-pamiers-manuscript-barter-transactions#sthash.EPRERA8j.dpuf
14. Rockoff, H. (1993). The Meaning of Money in Great Depression. In NBER Historical Paper #52. https://fraser.stlouisfed.org/docs/meltzer/rocmea93.pdf
15. Rolnick, A.J.; Velde, F.R., and Weber, W.E. (1996). The debasement puzzle – an essay on medieval monetary history. The Journal of Economic History 56(2).
16. Sargent and Velde (1999). The Big Problem of Small Change. Journal of Money, Credit and Banking, Vol. 31, No. 2. (May, 1999), pp. 137-161.
17. Senate. Friday, January 13, 1933 // Congressional Record. Proceedings and Debates of the Second Session of the Seventy-second Congress of the United States of America. Washington: US Government Printing Office, 1933. Vol. 76. Part 2. January 3, 1933 to January 23, 1933. P. 1713-1756.
18. Spufford P. (1988). Money and its use in medieval Europe. Cambridge: Cambridge University Press.
19. Sweezy, P.M. (1942). The Theory of Capitalist Development. Principles of Marxian Political Economy. London : Dennis Dobson Ltd. 1962. Pp. x, 398. First published 1942.
20. Volckart, Oliver (2008) 'The big problem of the petty coins', and how it could be solved in the late Middle Ages. Economic History Working Papers, 107/08. Department of Economic History, London School of Economics and Political Science, London, UK.

21. Афанасьев, А.А. (2002). Мена и временные деньги в экономике США периода Великой депрессии и начала «нового курса. Экономическая наука современной России, №2 (17-36).
22. Бродель, Ф. «Динамика капитализма». Пер. с фр. Смоленск: «Полиграмма» 1993. http://www.socintegrum.ru/Kalyuzhnyi_VV_1.pdf
23. Калюжный В.В. (2006). «Полное решение проблемы трансформации стоимостей в цены производства». http://www.socintegrum.ru/Kalyuzhnyi_VV_1.pdf
24. Калюжный В.В. (2014). "Об одном частном решении проблемы трансформации (критические заметки по поводу статьи Г. С. Пушного «Решение проблемы трансформирования стоимостей в цены производства в модели простого воспроизводства с тремя подразделениями»). http://vvk61204.socionet.ru/files/Kaliuzhnyi04.pdf
25. Калюжный В.В. (2015). «Новый взгляд на проблему трансформации стоимостей товаров в цену производства». http://vvkaliuzhnyi.boxing-do.com/vvk-files/Kaliuzhnyi05.pdf
26. Маркс, К. «Капитал», том 2. Москва, ГИПЛ 1950.
27. Маркс, К. «Капитал», том 3. Москва, ИПЛ 1978.
28. Пасынков А.С. (2005). Феномен ростовщичества. Россия: самиздат. http://www.usurydata.narod.ru/contents.htm
29. Пушной Г.С. (2011) «Решение проблемы трансформирования стоимостей в цены производства в модели простого воспроизводства с тремя подразделениями». http://www.socintegrum.ru/Pushnoi_2011_1/Pushnoi_2011_1_rus.pdf
30. Туган-Барановский М.И. (1894). Периодические промышленные кризисы. История английских кризисов. Общая теория кризисов. 3-е изд. СПб.: Товарищество О.Н. Поповой, 1914 [1894]. http://www.socintegrum.ru/P_2011_1_ru.html
31. Интернет ресурс "Trade: Methods of Exchange": http://www.highbeam.com/doc/1G2-3034900085.html